This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

Usage guidelines

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

+ *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.

+ *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.

+ *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.

+ *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at `http://books.google.com/`

A propos de ce livre

Ceci est une copie numérique d'un ouvrage conservé depuis des générations dans les rayonnages d'une bibliothèque avant d'être numérisé avec précaution par Google dans le cadre d'un projet visant à permettre aux internautes de découvrir l'ensemble du patrimoine littéraire mondial en ligne.

Ce livre étant relativement ancien, il n'est plus protégé par la loi sur les droits d'auteur et appartient à présent au domaine public. L'expression "appartenir au domaine public" signifie que le livre en question n'a jamais été soumis aux droits d'auteur ou que ses droits légaux sont arrivés à expiration. Les conditions requises pour qu'un livre tombe dans le domaine public peuvent varier d'un pays à l'autre. Les livres libres de droit sont autant de liens avec le passé. Ils sont les témoins de la richesse de notre histoire, de notre patrimoine culturel et de la connaissance humaine et sont trop souvent difficilement accessibles au public.

Les notes de bas de page et autres annotations en marge du texte présentes dans le volume original sont reprises dans ce fichier, comme un souvenir du long chemin parcouru par l'ouvrage depuis la maison d'édition en passant par la bibliothèque pour finalement se retrouver entre vos mains.

Consignes d'utilisation

Google est fier de travailler en partenariat avec des bibliothèques à la numérisation des ouvrages appartenant au domaine public et de les rendre ainsi accessibles à tous. Ces livres sont en effet la propriété de tous et de toutes et nous sommes tout simplement les gardiens de ce patrimoine. Il s'agit toutefois d'un projet coûteux. Par conséquent et en vue de poursuivre la diffusion de ces ressources inépuisables, nous avons pris les dispositions nécessaires afin de prévenir les éventuels abus auxquels pourraient se livrer des sites marchands tiers, notamment en instaurant des contraintes techniques relatives aux requêtes automatisées.

Nous vous demandons également de:

+ *Ne pas utiliser les fichiers à des fins commerciales* Nous avons conçu le programme Google Recherche de Livres à l'usage des particuliers. Nous vous demandons donc d'utiliser uniquement ces fichiers à des fins personnelles. Ils ne sauraient en effet être employés dans un quelconque but commercial.

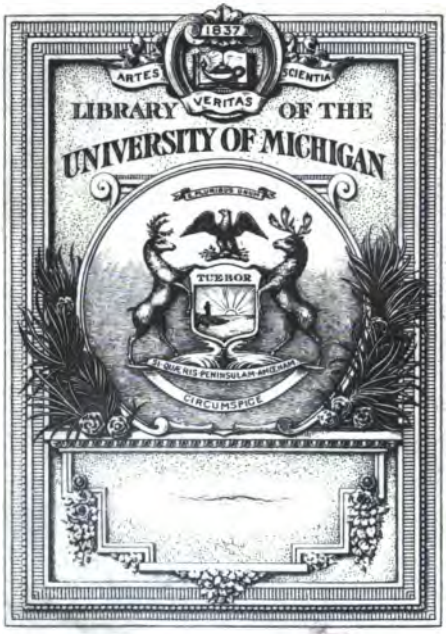
+ *Ne pas procéder à des requêtes automatisées* N'envoyez aucune requête automatisée quelle qu'elle soit au système Google. Si vous effectuez des recherches concernant les logiciels de traduction, la reconnaissance optique de caractères ou tout autre domaine nécessitant de disposer d'importantes quantités de texte, n'hésitez pas à nous contacter. Nous encourageons pour la réalisation de ce type de travaux l'utilisation des ouvrages et documents appartenant au domaine public et serions heureux de vous être utile.

+ *Ne pas supprimer l'attribution* Le filigrane Google contenu dans chaque fichier est indispensable pour informer les internautes de notre projet et leur permettre d'accéder à davantage de documents par l'intermédiaire du Programme Google Recherche de Livres. Ne le supprimez en aucun cas.

+ *Rester dans la légalité* Quelle que soit l'utilisation que vous comptez faire des fichiers, n'oubliez pas qu'il est de votre responsabilité de veiller à respecter la loi. Si un ouvrage appartient au domaine public américain, n'en déduisez pas pour autant qu'il en va de même dans les autres pays. La durée légale des droits d'auteur d'un livre varie d'un pays à l'autre. Nous ne sommes donc pas en mesure de répertorier les ouvrages dont l'utilisation est autorisée et ceux dont elle ne l'est pas. Ne croyez pas que le simple fait d'afficher un livre sur Google Recherche de Livres signifie que celui-ci peut être utilisé de quelque façon que ce soit dans le monde entier. La condamnation à laquelle vous vous exposeriez en cas de violation des droits d'auteur peut être sévère.

À propos du service Google Recherche de Livres

En favorisant la recherche et l'accès à un nombre croissant de livres disponibles dans de nombreuses langues, dont le français, Google souhaite contribuer à promouvoir la diversité culturelle grâce à Google Recherche de Livres. En effet, le Programme Google Recherche de Livres permet aux internautes de découvrir le patrimoine littéraire mondial, tout en aidant les auteurs et les éditeurs à élargir leur public. Vous pouvez effectuer des recherches en ligne dans le texte intégral de cet ouvrage à l'adresse `http://books.google.com`


1837
ARTES
VERITAS
SCIENTIA
LIBRARY OF THE
UNIVERSITY OF MICHIGAN
TUEBOR
CIRCUMSPICE

QA
35
.B899

Comprato dal
Parrucchiere angelo
Bergonzini fo. 86

Gbatt.a Pallonig

TRAITÉ
DE LA SCIENCE
DES NOMBRES,
DIVISÉ EN DEUX LIVRES;

Où l'on donne des Principes
D'ARITHMETIQUE ET D'ALGEBRE,

Par M. BRUNOT Maître de Mathematiques.

A PARIS,
Chez QUILLAU & DESAINT, Imprimeurs-Libraires Jurés de l'Université, rue Galande proche la rue du Fouare.

MDCCXXIII.
AVEC APPROBATION ET PRIVILÈGE.

Hist. of Science
Gando 17
10-24-28
1819

A MONSIEUR DE VOYER DE PAULMY, CHEVALIER, COMTE D'ARGENSON,

Conseiller du Roy en ses Conseils, Maître des Requestes ordinaire de son Hôtel, Grand Croix, Chancelier, Garde des Sceaux de l'Ordre Royal & Militaire de S. Louis, & Lieutenant General de Police de la Ville, Prevôté & Vicomté de Paris.

MONSIEUR,

Quelque abstraite que soit la matiere de ce Traité, je ne crains pas qu'elle soit au dessus de votre penetration, je sçai même qu'elle vous plaira par le caractere de verité qui lui est propre.

La plûpart des Sciences n'ont rien de certain, on y cherche toujours la verité d'un pas mal assuré, & après de laborieuses réflexions, on est heureux d'avoir apris même à

ſçavoir douter. Celle-ci peut ſeule contenter l'eſprit & montrer la vérité avec une évidence qui fixe la raiſon.

Il ne faut donc pas s'étonner ſi les Mathematiques ont fait l'amuſement de vos premieres années ; vous les avez goutées, & peut-être que vous leur êtes redevable de cet eſprit de préciſion, de diſcernement & de juſteſſe qui vous a rendu de bonne heure propre aux affaires les plus difficiles.

En effet, Monſieur, vous faites voir que la Nature n'a pas toujours beſoin du tems pour former les hommes aux grandes choſes. Dans un âge peu avancé vous êtes devenu le ſucceſſeur, & ſi je l'oſe dire, le rival de la gloire de votre illuſtre Pere ; & dans la même carriere vous faites paroître les talens qu'il aimoit en vous, & que nous avons ſi ſouvent admirez en lui : même ſuperiorité d'eſprit, même connoiſſance des hommes, même facilité à conduire la multitude & à la contenir ; grands l'un & l'autre, même quand vous vous reſſemblez le moins. Il étoit terrible aux mechans, ſes yeux perçans liſoient dans leur ame ; vos manieres prévenantes raſſurent l'innocence & engagent le criminel au repentir. Il faiſoit reſpecter l'autorité, & vous la faites aimer.

La Touraine en a fait l'heureuſe experience ; cette Province accoutumée depuis ſept cens ans à reſpecter les noms DE VOYER & DE PAULMY, *vous reçut avec une joie ſans bornes : dans une place où il eſt quelquefois ſi difficile de plaire au Prince & au Peuple, vous avez emporté tous les ſuffrages, & laiſſé à vos Concitoyens une vive douleur de votre départ. Aujourd'hui que Paris profite de leur perte, il juſtifie bien leurs regrets par les ſentimens qu'il a de vous. Je ſuis avec un très-profond reſpect,*

MONSIEUR,

Votre très-humble & très-obéiſſant ſerviteur, BRUNOT.

AVIS AU LECTEUR.

LE deſſein de ce Livre eſt d'expliquer la Science des Nombres en general, & d'en démontrer les principes par des raiſonnemens ſimples & geometriques, & par la ſeule connoiſſance des Proportions, à l'exception de l'Addition & de la Souſtraction que l'on enſeigne par d'autres principes, & par leſquelles on commence cet Ouvrage. On donne enſuite les proportions, qu'il faudra d'abord paſſer legerement pour s'appliquer à la Multiplication, à la Diviſion & aux Fractions juſqu'à leur addition. Après avoir bien conçû ces operations, on reviendra aux Proportions que l'on apprendra à fond; parceque c'eſt d'elles que dépend toute l'Arithmetique. On peut dire même que cette Science eſt d'une utilité ſi grande dans preſque toutes les parties des Mathematiques, que ſi on la ſupprimoit, elles ſe réduiroient pour ainſi dire à rien.

Après l'explication des Proportions, on enſeigne deux methodes pour executer l'operation de la Multiplication quand il y a des eſpeces differentes; on s'en ſervira également dans la ſuite ſelon les occaſions, où il ſera plus avantageux de leur donner la preference. On explique les Principes de la Diviſion, ne donnant qu'une ſeule methode pour l'execution

de cette operation, qui paroît la plus facile & la plus courte de toutes. Après quoi on enſeigne les Fractions que l'on a détaillées avec un très-grand ſoin ; réduiſant cependant toutes leurs operations à un calcul le plus ſimple qu'il ſoit poſſible. Après les Fractions ſuit l'explication du Calcul décimal.

On paſſe aux Regles de Trois, tant en entiers qu'en Fractions, donnant des principes pour réduire les Regles inverſes en Regles de Trois ordinaires. On explique auſſi la maniere de réſoudre toutes les Regles de Trois qui ont plus de quatre termes qu'on nomme Regles de Trois Compoſées, à cauſe de la multitude de leurs termes. On enſeigne l'execution de ces operations par la nature même des queſtions : cette methode eſt très-courte & très-facile. Qu'il y ait ſix termes dans la propoſition, ou qu'il y en ait vingt, elle n'en ſera ni plus embaraſſante ni preſque plus longue : ces abréviations ſont fondées ſur des axiômes qui les precedent.

On donne quelques exemples des Regles de Societé, faiſant voir par rapport aux Compagnies par temps, qu'elles ont été mal conçûes juſqu'à preſent, & qu'on ne les a point réſolues ſelon l'équité.

Après ces Regles on enſeigne la maniere de faire le calcul des intereſts de differentes eſpeces, ainſi que des Eſcomptes. Enſuite on donne l'explication du Calcul du Calendrier,

où l'on enſeigne la maniere de trouver le nombre d'Or, l'Epacte, la fête de Pâques pour quelque année que l'on voudra. On y verra auſſi la raiſon de la varieté de cette fête : ce calcul eſt très-aiſé & ſe comprend ſans que l'on ſoit verſé dans cette ſcience.

On finit ce premier Livre par une formule generale pour executer les calculs des Changes étrangers. Tout ce que l'on appelle remiſe de place en place, ou Virement de parties, ou Arbitrage, en ordonnant ſur deux colonnes les prix differens des Changes, ces ſortes de calculs ſont preſque impraticables par la voie ordinaire, & ſe réduiſent par cette méthode à une operation très-aiſée & très-courte. Ces abréviations ſont fondées ſur les mêmes axiômes que ceux de la Regle de Trois compoſée.

On finit ce Traité par l'explication des premiers principes de l'Algebre, & par la réſolution de pluſieurs problêmes numeriques, en ſe ſervant de l'Analyſe.

L'Auteur a verifié avec ſoin toutes les Operations de ce Traité ; parceque les erreurs en genre de Calcul embaraſſent fort les Lecteurs : il a même pris le parti de parapher tous les exemplaires de cette édition, afin qu'on ne lui impute pas les fautes qui pourroient ſe rencontrer dans une édition contrefaite.

APPROBATION.

J'Ai lû par l'ordre de Monſeigneur le Garde des Sceaux un Manuſcrit intitulé, *Traité de la Science des Nombres, &c.* Il m'a paru qu'après tant d'Ouvrages de cette nature, celui-ci ne laiſſeroit pas d'être utile au Public. Fait à Paris le 15 d'Avril 1723.

SAURIN.

PRIVILEGE DU ROY.

LOUIS PAR LA GRACE DE DIEU ROY DE FRANCE ET DE NAVARRE: A nos amés & feaux Conſeillers, les Gens tenans nos Cours de Parlement, Maîtres des Requeſtes ordinaires de notre Hôtel, Grand Conſeil, Prevôt, Baillifs, Sénéchaux, leurs Lieutenans Civils, & autres nos Juſticiers qu'il appartiendra. SALUT. Notre bien amé le Sieur FRANÇOIS BRUNOT, Maître des Mathematiques, Nous ayant fait remontrer qu'il ſouhaiteroit faire imprimer & donner au Public un Ouvrage de ſa compoſition, qui a pour titre, *Traité de la Science des Nombres*, s'il nous plaiſoit lui accorder nos Lettres de Privilege ſur ce neceſſaires; A ces cauſes, voulant traiter favorablement ledit Sieur Expoſant, & reconnoiſſant ſon zele, Nous lui avons permis & permettons par ces Preſentes de faire imprimer ledit Livre en tels volumes, forme, marge, caracteres, conjointement ou ſéparément, & autant de fois que bon lui ſemblera, & de le vendre, faire vendre & débiter par tout notre Royaume pendant le temps de dix années conſecutives, à compter du jour de la date deſdites Preſentes. Faiſons défenſes à toutes ſortes de perſonnes de quelque qualité & condition qu'elles ſoient d'en introduire d'impreſſion étrangere dans aucun lieu de notre obéiſſance; comme auſſi à tous Libraires, Imprimeurs & autres, d'imprimer, faire imprimer, vendre, faire vendre, debiter ni contrefaire ledit Livre en tout ni en partie, ni d'en faire aucuns Extraits, ſous quelque prétexte que ce ſoit d'augmentation, correction, changement de titre ou autrement, ſans la permiſſion expreſſe & par écrit dudit Expoſant ou de ceux qui auront droit de lui; à peine de confiscation des Exemplaires contrefaits, de quinze cens livres d'amende contre chacun des contrevenans, dont un tiers à Nous, un tiers à l'Hôtel-Dieu de Paris, l'autre tiers audit Expoſant, & de tous dépens, dommages & intereſts; à la charge que ces Preſentes ſeront enregiſtrées tout au long ſur le Regiſtre de la Communauté des Libraires & Imprimeurs de Paris, & ce dans trois mois de la date d'icelles; que l'impreſſion de ce Livre ſera faite dans notre Royaume & non ailleurs, en bon papier & en beaux caracteres conformément aux Reglemens de la Librairie, & qu'avant que de l'expoſer en vente le Manuſcrit ou Imprimé qui aura ſervi de copie à l'impreſſion dudit Livre, ſera remis dans le même état où l'Approbation y aura été donnée ès mains de notre très-cher & feal Chevalier Garde des Sceaux de France le Sieur FLEURIAU D'ARMENONVILLE; & qu'il ſera enſuite remis deux Exemplaires dans notre Bibliotheque publique, un dans celle de notre Château du Louvre, & un dans celle de notredit très-cher & feal Chevalier Garde des Sceaux de France le Sieur Fleuriau d'Armenonville; le tout à peine de nullité des Preſentes. Du contenu deſquelles vous mandons & enjoignons de faire jouir l'Expoſant ou ſes ayant cauſe, pleinement & paiſiblement, ſans ſouffrir qu'il leur ſoit fait aucun trouble ou empêchement. Voulons que la Copie deſdites Preſentes qui ſera imprimée tout au long au commencement ou à la fin dudit Livre, ſoit tenue pour

dûement ſignifiée, & qu'aux Copies collationnées par l'un de nos amés & feaux Conſeillers & Secretaires du Roy, foi ſoit ajoutée comme à l'Original. Commandons au premier notre Huiſſier ou Sergent de faire pour l'execution d'icelles tous Actes requis & neceſſaires, ſans demander autre permiſſion, & nonobſtant clameur de Haro, Charte, Normande, & Lettres à ce contraires : Car tel eſt notre plaiſir. Donné à Paris le vingt-deuxiéme jour du mois D'Avril, l'an de grace mil ſept cent vingt-trois, & de notre Regne le huitiéme. Par le Roy en ſon Conſeil, CARPOT.

Il eſt Ordonné par l'Edit du Roy du mois d'Aouſt 1686, & Arreſt du Conſeil, que les Livres dont l'impreſſion ſe permet par Privilege de Sa Majeſté, ne pourront être vendus que par un Libraire ou Imprimeur.

Regiſtré ſur le Regiſtre V°. de la Communauté des Libraires & Imprimeurs de Paris, page 243. N°. 509. conformément aux Reglemens, & notamment à l'Arreſt du Conſeil du 13 Aouſt 1703. A Paris le 26 Avril 1723.
Signé, BALLARD, Syndic.

Table de ce qui eſt contenu en ce Traité.

LIVRE I.

DE'finitions page 1
Explication de quelques termes, dont on ſe ſert en cet Ouvrage, ainſi que des Signes 5
De la Numeration 7
Définitions de l'Addition 10
De l'Addition des livres & des parties de la livre 14
De l'Addition des toiſes & des parties de la toiſe 16
De l'Addition des marcs & des parties du marc 18
Définitions de la Souſtraction 20
Exemple de la Souſtraction 21
Preuve de la Souſtraction 26
De la Souſtraction des liv. & des parties de la liv. 26
De la Souſtraction des marcs & des parties du marc 28
De la Souſtraction des toiſes & des parties de la toiſe 29
De la Souſtraction du tems 30
Methode pour operer la Souſtraction par l'Addition 31
De la preuve de l'Addition 34
Des Rapports ou Raiſons, des Proportions ou Analogies 36
Définitions de la multiplication 43
Table ponr ſervir à la Multiplication 45

Premier exemple de la Multiplication 46
Second exemple où il eſt propoſé de trouver le nombre des minutes que contiennent 97 années ſolaires 47
Troiſiéme exemple où il eſt propoſé de trouver combien le tour de la terre contient de toiſes dans ſa plus grande étendue 49
De la réduction des Entiers en leurs moindres eſpeces 50
Exemple d'une multiplication d'Entiers par liv. & ſ. 51
Exemple d'une multiplication d'Entiers par l. ſ. & d. 56
Exemple d'une multiplication d'Entiers par ſ. & d. 58
Autre methode pour la multiplication des Entiers par livres, ſ. & d. en ſupprimant les parties aliquotes 62
Définitions de la Diviſion 69
Exemple de la Diviſion 71
Preuve de la Diviſion 81
Methode pour la Diviſion, lorſqu'il y a des zero à la droite du Diviſeur 83
Preuve de la Multiplication 86
Uſage de la Diviſion pour réduire les moindres eſpeces en plus grandes 87
Définitions des Fractions 88
Principes generaux pour ſervir à la réduction des Fractions à moindres termes 90
De la réduction des Fractions à moindres termes 92
Exemple d'une réduction de Fractions à moindres termes 93
Autre methode pour réduire les Fractions à moindres termes 94
Methode pour donner aux Fractions un Numerateur ou un Dénominateur quelconque 96
De la réduction des Entiers en Fractions 97
De la réduction des Fractions à même dénomination 98
De l'Addition des Fractions 103
De la preuve de l'Addition des Fractions 109
De la Souſtraction des Fractions 110
De la Multiplication des Fractions 112

De la Multiplication des marcs, onces, gros, par livres, ſols & deniers 120
De la Multiplication des livres, ſols & deniers par d'autres livres, ſols & deniers 124
Du Calcul des Surfaces 128
De la Meſure des Solides 133
De la Diviſion des Fractions 135
Du Calcul décimal 144
De la réduction des Entiers en parties décimales 145
De l'Addition des nombres qui contiennent des parties décimales 148
De la Souſtraction des nombres qui contiennent des parties décimales 149
De la Multiplication des nombres qui contiennent des parties décimales 150
Application du Calcul décimal au toiſé 152
De la Diviſion des nombres qui contiennent des parties décimales 155
De la Regle de Trois 157
Preuve de la Regle de Trois 160
Regle de Trois avec Fractions 162
Exemple d'une Regle de Trois où il y a livres, ſols & deniers à tous les termes 165
Application de la Regle de Trois 167
De la Regle de Trois inverſe ou réciproque 168
Application des Rapports réciproques 173
De la Regle de Trois compoſée 175
Des Regles de Compagnie ou de Societé 188
Réflexions ſur les Compagnies par temps 190
Regles de Compagnies pour les Fermiers Generaux 193
Des Regles d'intereſts 197
Des Changes de France 201
De la maniere de conſtruire un Tarif pour ſervir à l'impoſition des tailles ou autre diſtribution quelconque, où pluſieurs perſonnes ſont intereſſées 201
Des Troques qui ſe font en marchandiſes 206

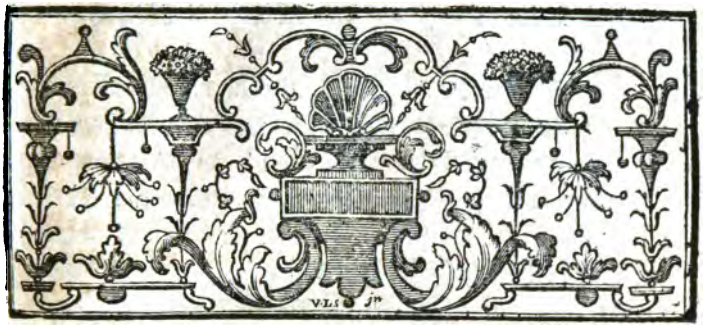
Des Regles d'Eſcomptes 208
Exemple d'une Eſcompte de liquidation 209
Exemple d'une Eſcompte conçû pour marchandiſes 210
De la Tare 212
De la Regle d'Aliage 213
Du Calcul du nombre d'Or 216
Du Calcul de l'Epacte 217
Du Calcul du Cicle ſolaire 218
Trouver par quel jour de la ſemaine commence le premier Mars d'une année prop. 219
De la Fête de Pâques 220
De l'Année Biſſextile 221
Formule generale pour le Calcul des Changes étrang. & les ſuivantes juſqu'à y compris 222 238

Table de ce qui eſt contenu dans le ſecond Livre.

De l'Addition litterale des Grandeurs entieres 241
De la Souſtraction litterale des Grandeurs entieres 245
De la Multiplication des Grandeurs litterales 248
De la Diviſion des Grandeurs litterales 253
Des Fractions litterales 259
De la Formation des Puiſſances 263
De la Réſolution des Puiſſances 267
Des Progreſſions Arithmetiques & de quelques-unes de leurs proprietés 275
Trouver un poligone, dont la racine eſt connue 275
Un poligone étant donné, on propoſe d'en trouver la racine 276
De la Progreſſion geometrique 277
Des Nombres moyens proportionnels 278
De la Réſolution des Problêmes numeriques 281
De la Réſolution des Problêmes indeterminés 309
Des Aliages 315
Formule pour le Calcul des Intereſts 319
Des Combinaiſons 321

F I N.

De l'Imprimerie de J. QUILLAU, rue Galande, 1723.



DE LA SCIENCE DES NOMBRES.

LIVRE PREMIER.

DEFINITIONS.

LA ſcience du Calcul contient L'ARITHMETIQUE & L'ALGEBRE.

L'Arithmetique eſt la ſcience du Calcul que l'on fait ſur les Nombres.

L'Algebre eſt la ſcience du Calcul que l'on fait ſur les Lettres.

Si l'on conſidere une ſeule choſe comme indépendante des autres, on lui donne le nom UN ou UNE, ſelon ſon eſpece, comme ſi l'on conſidere un pied ſans avoir égard aux parties qui le compoſent, on l'appelle *un*; & ſi l'on conſidere une toiſe ſans avoir

égard à ſes parties, on lui donne le nom d'*une*.

Le Nombre entier ſignifie une ou pluſieurs unitez de même genre lorſque l'on n'y conſidere aucune partie.

On appelle partie d'un nombre, un nombre plus petit qui le meſure ou ſans reſte ou avec un reſte; lorſque ce nombre meſure cet autre ſans reſte, il eſt nommé *partie aliquote*; & lorſqu'il ne le meſure pas ſans reſte, il eſt nommé *partie aliquante*, comme 6, 8, 12, ſont parties aliquotes de 24, parceque ces nombres ſont contenus exactement dans 24, & 5, 7, 9, en ſont parties aliquantes, parceque 5 ne meſure pas ſans reſte 24, non plus que 7 ainſi que 9; les nombres 6, 8, 12, &c. qui meſurent ſans reſte 24 ſe nomment encore *ſouſmultiples* de 24.

On appelle *ſemblables parties aliquotes* celles qui ſont contenues exactement un même nombre de fois dans leur tout; ainſi l'on connoît que 5 & 4 ſont deux ſemblables parties aliquotes de 20 & 16, parceque 5 eſt contenu 4 fois dans 20, & que 4 eſt auſſi contenu 4 fois dans 16; les nombres 20 & 16 ſont appellez *équimultiples* des deux nombres 4 & 5.

On appelle *ſemblables parties aliquantes*, les nombres qui contiennent également des parties aliquotes ſemblables de leur tout, comme 6 & 9 ſont des ſemblables parties ali-

quantes de leur tout 8 & 12, parceque 6 contient 3 fois le quart de 8, & que 9 contient 3 fois le quart de 12.

On appelle *un tout*, un nombre quelconque par rapport à ſes Parties aliquotes ou aliquantes, comme 18 eſt un tout par rapport à ſes parties aliquotes 6 & 9, ou aliquantes 7 & 11.

Le Nombre premier, ſimple, ou *qui n'eſt pas compoſé*, eſt celui qui n'a aucunes parties aliquotes que l'unité, comme 2, 3, 5, 7, 11, 13, &c.

On appelle *nombres premiers entr'eux*, les nombres qui n'ont point d'autre commune meſure que l'unité, comme 10 & 21 n'ont aucunes parties aliquotes communes, par exemple 10 a bien ſa moitié ſans reſte & ſon cinquiéme, mais 21 n'a ni ſa moitié ni ſon cinquiéme ſans reſte : de même 21 a bien ſon tiers & ſon ſeptiéme ſans reſte, mais 10 n'a ni l'un ni l'autre.

On appelle *nombre compoſé* celui qui eſt meſuré ſans reſte par quelqu'autre nombre que l'unité, comme 14 qui eſt meſuré ſans reſte par 2 ou par 7.

Les Nombres compoſez entr'eux ſont ceux qui ont pour commune meſure un nombre autre que l'unité, comme 6 & 14 ont 2 pour commune meſure.

Le Nombre pair eſt celui qui peut ſe diviſer par deux ſans reſte, comme 6.

Le Nombre impair eſt celui qui ne peut ſe diviſer par 2 ſans reſte, comme 7.

Le nombre parfait eſt celui, dont les parties aliquotes ſont égales aux nombres qui les ont produits, comme 6, dont les parties aliquotes 3, 2, 1, égalent 6.

Les nombres amiables ſont deux nombres entiers, dont les parties aliquotes du premier égalent le ſecond, & les parties aliquotes du ſecond égalent le premier, comme 220 & 284; les parties aliquotes de 220, ſont 110, 55, 44, 22, 20, 11, 10, 5, 4, 2, 1, égalent 284, & les parties aliquotes de 284, ſont 142, 71, 4, 2, 1, égalent 220.

Les nombres triangulaires ſont des nombres qui expriment la quantité des points qu'il faut pour remplir un triangle équilateral placé à diſtances égales ſur des lignes paralleles aux côtez du triangle équilateral, comme 3, 6, 10, 15, 21, 28, &c.

Les Nombres quarrez ſont des nombres qui marquent la quantité des points qu'il faut pour remplir un quarré placé à diſtances égales & ſur des lignes paralleles aux côtez du quarré, comme 4, 9, 16, &c.

Les Nombres pentagones ſont des nombres qui expriment la quantité des points qu'il faut pour remplir un pentagone regulier placé à diſtances égales ſur des lignes paralleles aux côtez du pentagone, comme 5, 12, 22, 35, 51, &c.

Le Nombre d'Or eſt le temps que le Soleil & la Lune employent à revenir au même point du Zodiaque d'où ils étoient partis, lequel temps eſt de 19 ans ; cependant la Lune precede le Soleil d'environ une demie heure en 19 ans.

L'Epacte eſt la difference qu'il y a de l'année ſolaire à l'année lunaire, qui eſt d'environ 11 jours.

Le Cicle ſolaire eſt le temps que les Lettres Dominicales employent à revenir les mêmes jours de la Semaine, qui eſt 28 ans.

L'année Biſſextile eſt une année compoſée de 366 jours, qui differe de l'année ordinaire d'un jour.

Explication de quelques termes & des ſignes, dont on ſe ſervira dans la ſuite.

Axiomes ſont des propoſitions ou des notions de l'eſprit, très-ſimples & évidentes par elles-mêmes.

Corollaire, le Corollaire ſe place après une propoſition, pour en marquer quelque conſequence.

Scolie eſt une remarque que l'on fait en paſſant ſur quelque propoſition.

Les Signes ſont +, —, =, × ; cette marque + ſignifie plus, cette ligne — ſignifie moins, ces deux lignes paralleles = ſignifient égales, & cette croix en ſautoir × ſignifie mul-

tiplié, $7 + 9 = 16$, ces nombres ainſi diſpoſez veulent dire ſept plus neuf égalent ſeize; & ces autres $9 - 3 = 5 + 1$, veulent dire 9 moins 3 égalent 5 plus 1, & $9 \times 7 = 63$, veulent dire 9 multiplié par 7 égale 63.

DE LA NUMERATION.

NOus n'avons que neuf differens caracteres ſignificatifs (*que nous tenons des Arabes*) pour exprimer toutes les idées que nous avons des nombres, qui ſont,

un, deux, trois, quatre, cinq, ſix, ſept, huit, neuf.

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

On obſervera que chaque caractere a deux valeurs differentes, dont l'une eſt celle qui lui eſt propre & naturelle, & l'autre ſelon le rang qu'il occupe, par exemple lorſque ce caractere eſt poſé à la premiere place à main droite il vaut des unitez; s'il eſt placé à la ſeconde il vaut des dixaines, & s'il eſt placé à la troiſiéme il vaut des centaines, &c.

On a été dans l'obligation d'introduire un dixiéme caractere; pour cet effet on a choiſi le zero, lequel on poſe dans les places où il ne doit y avoir aucun chiffre ſignificatif, c'eſt-à-dire rien.

Par exemple ſi on vouloit exprimer dix, on écriroit 1 & à côté de cette unité à main droite on poſeroit un zero, ainſi qu'il ſe voit 10; parceque le dernier chiffre à main droite ne doit point être ſignificatif.

Si on vouloit exprimer dix-neuf on poſeroit une unité, & au lieu du zero de la pre-

miere expreſſion on poſeroit 9, & cette expreſſion ſeroit 19; de là vient que l'on prononce nombre, dixaine, parceque l'unité étant ſeule ne vaut qu'un, & étant ſuivie d'un zero elle vaut dix fois autant qu'elle valoit, c'eſt-à-dire dix.

10 eſt la premiere & la plus ſimple expreſſion qu'il ſoit poſſible en entier qui ait deux caracteres, & 99 eſt la plus grande.

Lorſque l'on ajoute deux zero à une figure ſignificative telle qu'elle ſoit, on augmente de cent fois ſa valeur; de là vient que l'on prononce nombre, dixaine, centaine; cent eſt la premiere expreſſion & la plus ſimple qu'il ſoit poſſible en entier, qui ait trois caracteres; & 999 eſt la plus grande.

On exprimera une ſomme en nombres, telle qu'elle ſoit, fort facilement, ſi on l'à diviſe par penſée de trois chiffres en trois chiffres, commençant de droite à gauche, obſervant que dans la premire ſéparation de gauche à droite il peut n'y avoir qu'un chiffre ou deux, ou même trois ſelon les cas, on nommera la premiere ſéparation de droite à gauche les unitez, la ſeconde les milles, la troiſiéme les millions, la quatriéme les milliards, &c. On peut appeller ces ſéparations Caze, on doit faire beaucoup d'attention à la Caze qui convient à chaque nombre, & le marquer dans l'ordre naturel, obſervant ſeulement la place qui convient au nombre, dixaine, centaine,

d'unitez, de mille, ou de millions, &c.

Soit propoſé d'exprimer en nombres ſur le papier la ſomme de ſoixante & dix millions, cinq cent ſept mille neuf cent ſoixante & ſept.

On commencera par la Caze des millions, dans laquelle on mettra 70, on examinera enſuite ce qui doit être placé dans la Caze des mille, on trouvera que c'eſt 507 ; on poſera après dans la Caze des unitez 967, & on aura exprimé la ſomme propoſée qui eſt

70|507|967.

Il n'y aura aucune difficulté à en poſer une plus grande, ſi on conçoit bien ce qui eſt dit ci-deſſus.

ADDITION.

PREMIERE REGLE.

DE'FINITIONS.

L'Addition eſt une operation de l'Arithmetique, par laquelle on joint enſemble pluſieurs nombres.

Le nombre qui les contient tous, s'appelle leur *ſomme.*

EXEMPLE.

On propoſe d'ajoûter enſemble les trois nombres 9, 8, *&* 6, *& d'en trouver leur ſomme.*

Ayant poſé ces trois nombres 9, 8, 6, les uns ſous les autres, on commencera l'operation par celui d'en haut 9, ou par celui d'en bas 6, cela étant indifferent; ſi on commence par celui d'en haut 9, on dira 9 ajoutez au 8 ſuivant font 17, leſquels ajoutez au 6 ſuivant font 23 que l'on écrira ſous une petite ligne qui ſepare les parties du tout.

9
8
6

23.

Second Exemple d'Addition.

Après avoir placé toutes les ſommes les unes ſous les autres dans l'ordre qui leur convient, on exprimera ſous chaque colonne le nombre qui excede les dixaines de la colonne additionnée, & on conſiderera les dixaines comme des unitez pour les ajouter à la colonne précedente, ainſi de ſuite juſqu'à la derniere, à laquelle on fera preceder les dixaines s'il y en a.

9 8 6 7
8 4 0 9
6 3 7 0
4 3 3
2 5 0 7 9

Commencez de droite à gauche par le premier caractere d'en haut 7, ou par celui d'en bas 3, cela étant arbitraire; ſi on commence par celui du haut 7, dites 7 & 9 font 16 & 3 font 19; poſez 9 au deſſous de cette colonne dans l'ordre des unitez, & retenez la dixaine pour l'ajouter dans la colonne des dixaines: dites 1 de retenu & 6 font 7, & 7 font 14, & 3 font 17, poſez 7 dans l'ordre des dixaines & retenez une dixaine de dixaine, c'eſt-à-dire une centaine, pour l'ajouter à la colonne des centaines: dites 1 de retenu & 8 font 9, & 4 font 13, & 3 font 16, & 4 font 20; poſez un zero ſous cette troiſiéme colonne, & re-

tenez 2 dixaines, dites 2 de retenu & 9 font 11, & 8 valent 19, & 6 font 25; poſez 25, ſçavoir, 5 ſous cette colonne additionnée & 2 à côté de ce 5, & la ſomme de l'addition ſera

25079.

La raiſon pour laquelle on retient une dixaine dans la ſomme de la premiere colonne 19, eſt fondée ſur ce que l'on ne peut exprimer 19 qu'avec deux caracteres, dont l'un eſt 9 unité, & l'autre eſt 10, ce qui eſt évident par la numeration; par conſequent ayant d'autres dixaines à additionner, on retient cette dixaine que l'on ajoute avec les dixaines precedentes, pour faire une ſomme que l'on continue juſqu'à la derniere.

C'eſt par cette même raiſon que l'on retient un plus grand nombre de dixaines, quand il s'en trouve dans l'operation.

Il convient quand l'on veut calculer avec diſtinction, d'éviter les paroles inutiles, pour cet effet on éludera les repetitions, & cela parcequ'il arrive ſouvent que la conception va plus vîte que la prononciation, ce qui cauſe beaucoup de confuſion.

Dans l'operation precedente je voudrois que l'on prononçât 7, 16, 19, poſez 9 & retenez 1; 1, 7, 14, 17, poſez 7 & retenez 1; 9, 13, 16, 20, poſez 0 & retenez 2; 11, 19, 25, poſez 25: on évitera par ce moyen cette multitude de paroles leſquelles ne ſervent qu'à diminuer l'attention.

Comme dans l'Addition il ſe trouve ſouvent des eſpeces differentes, on obſervera de mettre eſpece ſous chaque eſpece, c'eſt-à-dire les deniers ſous les deniers, les ſols ſous les ſols, les livres ſous les livres, les dixaines ſous les dixaines, &c.

Exemple de l'Addition des livres & des parties de la livre.

Pour ajouter des livres, ſols & deniers à d'autres livres, ſols & deniers, on fera attention à la quantité des deniers qu'il faut pour compoſer un ſol, & à la quantité des ſols qu'il faut pour compoſer une livre, afin de rapporter dans la colonne des ſols le nombre des ſols qui ſe trouveront dans celle des deniers, & de rapporter dans l'ordre des livres le nombre des livres qui ſe trouve dans la colonne des ſols.

On commencera toujours (regle generale pour faire le calcul de toutes ſortes d'Additions numeriques) par la moindre eſpece, c'eſt-à-dire dans cet exemple, par la colonne des deniers, & autant de fois qu'il ſe trouvera 12 deniers qui compoſent un ſol dans la colonne des derniers, on marquera une petite ligne à côté de cette colonne, pour marquer le nombre des ſols que l'on doit rapporter dans l'orde des ſols, & on poſera l'excedant de ces douzaines au deſſous de la colonne des deniers, ſuppoſé qu'il s'en trouve; on paſſera enſuite à la colonne des ſols que l'on addi-

tionnera en posant au dessous ce qui excede les livres s'il s'en trouve, & le reste comme à la precedente operation: un exemple éclaircira ces regles.

46907	*liv.*	17 *sols*	9 *den.*
85796		19	7-
7067		10	11-
6407		17	7
146180		5	10

Si on commence l'operation par les caracteres d'en haut, on dira 9, 16, posez une petite ligne à côté du 7, pour marquer que 16 deniers valent 1 sol, & comme il reste 4 d. dites 4, 15, tirez une petite ligne à côté de 11, & il reste 3 que l'on ajoutera au 7 suivant, font 10 que l'on posera au dessous de la colonne des deniers, & on retiendra 2 sols marquez par les deux petites lignes tirées à côté, afin de les ajouter à la colonne des sols; prononcez 2, 9, 18, 25, posez 5 dessous les unitez des sols & retenez 2 dixaines qu'il faut ajouter aux 4 dixaines precedentes, pour avoir 6 dixaines ou soixante sols ou 3 liv. lesquelles 3 liv. on ajoutera aux livres precedentes, & le reste comme à l'ordinaire, & l'on trouvera pour la somme de l'Addition 146180 liv. 5 sols 10 d.

SCOLIE.

On comprendra facilement la raison de

l'ordre de l'Addition, c'eſt-à-dire pourquoi on ajoute les deniers avec les deniers, les ſols avec les ſols, &c. ſi l'on obſerve que des deniers ajoutez à des ſols ne produiſent jamais ni deniers ni ſols : par exemple 7 den. ajoutez à 8 ſols, leur ſomme eſt 15, leſquels ne ſont ni 15 deniers ni 15 ſols ; par conſequent il faut ajouter les mêmes eſpeces enſemble, ainſi que nous avons déja dit.

ADDITION

DES TOISES ET DES PARTIES DE LA TOISE.

POur faire cette operation il faut ſçavoir que la Toiſe ſe diviſe en 6 pieds, le pied en 12 pouces, le pouce en 12 lignes, la ligne en 12 points ſenſibles.

Soit propoſé d'ajouter enſemble les differentes ſommes de toiſes, pieds, pouces, &c. comme dans l'exemple ſuivant, c'eſt-à-dire de trouver un nombre qui en exprime la valeur totale.

Après les avoir placez ainſi qu'il convient, on commencera l'operation par la moindre eſpece, examinant combien il faut de points pour faire une ligne, & combien il faut de lignes pour faire un pouce, &c. marquant une petite ligne à côté pour diſtinguer le nombre des unitez que l'on doit rapporter aux eſpeces immediatement precedentes, comme dans l'Addition des deniers, &c.

Toiſes.	*pieds.*	*pouces.*	*lignes.*	*points.*
140790:	3:	7:	10-	7
90849	2-	11-	6	9-
6379	0	6-	4	5
3637	5-	7	9-	10-
241657	0	9	7:	7:

Dites

Dites, 7 points avec les 9 ſuivans ſont 16 points : marquez une petite ligne à côté pour déſigner une unité de l'eſpece précedente, parceque 12 points ſenſibles valent une ligne, & il reſte 4 : prononcez 4, 9, 19, qui ſont 1 de l'eſpece précedente, & il reſte 7 que vous poſerez au-deſſous des points, & vous retiendrez deux unitez pour les ajouter à la colonne des lignes : dites 2, 12, marquez une petite ligne à côté de 10, & il ne reſte rien : dites 6, 10, 19 reſte 7, tirez une petite ligne à côté de 9, & poſez 7 ſous cette colonne ; paſſez enſuite à la colonne des pouces & retenez 2 unitez : marquez à côté de la colonne des lignes, & prononcez 2, 9, 20, marquez une petite ligne à côté, & il reſte 8, qui avec les 6 ſuivans, ſont 14 : marquez une petite ligne & il reſte 2, leſquels étant joints au 7 ſuivant valent 9 que l'on poſera ſous la colonne des pouces. Paſſant enſuite à la colonne des pieds, on dira 2 de retenus & 5 ſont 5, leſquels ajoutez au 2 ſuivans égalent 7 pieds qui ſont une toiſe & un pied : on marquera la toiſe par une petite ligne, & on ajoutera le pied reſtant au 5 ſuivant qui feront ſix pieds, c'eſt-à-dire une toiſe que l'on marquera par une ligne à côté du 5, & comme il ne reſte rien, on poſera un zero ſous cette colonne, & on retiendra les deux toiſes marquées à côté pour les ajouter aux toiſes précedentes, & le reſte comme à l'addition des entiers, & on trou-

vera pour réponſe 241657 toiſes, 0 pieds, 9 pouces, 7 lignes, 7 points ſenſibles.

Addition des marcs, & des parties du marc.

On remarquera que le marc ſe diviſe en 8 onces, l'once en 8 gros, le gros en 3 den. ou ſcrupules, le denier ou ſcrupule en 24 grains.

Par conſequent dans cette addition, autant de fois que l'on trouvera 24 à la colonne des grains, on tirera une petite ligne à côté pour marquer les entiers de l'eſpece immédiatement précedente, puiſque 24 grains valent un denier. De même autant de fois que lon trouvera 3 dans la colonne des deniers, on marquera une petite ligne à côté, puiſque 3 deniers valent un gros; & autant que l'on trouvera de fois 8 dans la colonne des gros, on marquera une petite ligne ainſi qu'à la colonne des onces, puiſqu'il faut 8 gros pour une once, & 8 onces pour un marc; on retiendra les marques à côté de chaque colonne pour autant d'unitez, afin de les ajouter aux colonnes immédiatement précedentes, comme à l'addition des toiſes & le reſte, &c.

Marcs,	*onces*,	*gros*,	*deniers*,	*grains.*
405796:	5:	7-	1-	18:
907079	7-	3	0	20-
546796	3-	6-	2-	12-
857096	6	4	1	23-
2716769:	7:	6:	1:	1:

Pour operer cette addition, prononcez 18, 38; tirez une petite ligne à côté de 20 grains, reſte 14, qui ajoutez aux 12 ſuivans font 26; marquez une petite ligne & il reſte 2, & 23 font 25; poſez une petite ligne à côté de 23, & il reſte 1 que vous poſerez ſous la colonne des grains, & vous retiendrez 3 unitez pour les trois lignes tirées à côté, leſquelles vous ajouterez à l'eſpece précedente, c'eſt-à-dire aux deniers; & comme il ne faut que trois deniers pour compoſer un gros, vous marquerez une petite ligne attenant du premier caractere de la colonne des deniers, & enſuite vous direz 1, 3, tirez une petite ligne à côté & vous poſerez deſſous cette colonne de deniers 1, qui excede les entiers de l'eſpece précedente; vous retiendrez 2 unitez, que vous ajouterez au gros: prononcez 2, 9, reſte 1; 4, 10; reſte 2, & 4 font 6, que vous poſerez ſous la colonne des gros; paſſez enſuite à la colonne des onces, dites 2 de retenu, 7. 14, reſte 6; 9 reſte 1: 7, que vous poſerez deſſous la colonne des onces, & vous retiendrez 2 entiers que vous ajouterez aux marcs, & le reſte comme à l'ordinaire: vient pour la ſomme de l'addition 2716769 marcs, 7 onces, 6 gros, 1 denier, 1 grain.

Je crois qu'il ſeroit fort inutile de donner d'autres exemples d'addition, parce que celui qui aura bien compris les modeles précedens avec les méthodes que j'y preſcris, ſera ſuf-

fiſſamment en état d'executer toutes les ſortes d'additions numeriques ſans fractions, qu'on peut lui propoſer. Il convient cependant qu'il ſe donne lui-même beaucoup d'exemples, tant de l'addition des marcs & des parties du marc, que de celles des toiſes, & des parties de la toiſe, ainſi que de celles des livres, & des parties de la livre. Il peut auſſi s'exercer à en faire d'une autre nature, comme du muid de bled, & des parties du muid; des années, & des parties de l'année. Qu'il ſe rende ſurtout la méthode de parler peu, très-familiere, parcequ'elle eſt bien moins ſujette à erreur.

SOUSTRACTION.

SECONDE REGLE.

DEFINITION.

LA *Souſtraction* eſt une operation de l'Arithemetique, qui enſeigne la maniere d'exprimer la difference de deux nombres quelconques, ou bien d'ôter une plus petite ſomme d'une plus grande.

Quand il ſera queſtion de trouver la difference de deux nombres inégaux, on les placera l'un au-deſſus de l'autre, en mettant le plus petit ſous le plus grand.

On commencera l'operation de droite à gauche comme à l'addition, & on ôtera enſuite celui de deſſous de celui de deſſus, & on poſera chaque reſte au-deſſous de la colonne qui lui convient ; & ce qui viendra, ſera la difference des deux nombres, ou l'excès du plus grand ſur le plus petit.

EXEMPLE.

Soit propoſé de trouver la difference de 986 à 453.

On les placera l'un ſur l'autre ainſi qu'il eſt dit, mettant 986 deſſus 453 : on commencera de droite à gauche en diſant, ôtez 3 de 6, reſte 3 que l'on poſera au-deſſous de cette premiere colonne, après avoir tiré une ligne deſſous les ſommes propoſées pour les ſéparer de la difference que l'on cherche. On paſſera enſuite à la ſeconde colonne en diſant, ôtez 5 de 8, reſte 3, que l'on placera deſſous cette ſeconde colonne ; & enfin dites, ôtez 4 de 9, reſte 5 que l'on écrit ſous la troiſiéme colonne, & la difference des deux nombres propoſez ſe trouve être de 533.

De	986 :
ôtez	453
reſte	533 :

Lorſqu'il arrive que le caractere d'enbas eſt plus grand que celui qui lui répond dans la même colonne, on empruntera une unité ſur le chiffre précedent, attenant du caractere inferieur, lequel vaudra 10 unitez de celui dont on veut ſouſtraire, comme il eſt évident par la numeration. Oſtant le nombre à ſouſtraire des 10 unitez empruntées, vient un reſte qui ajouté à celui d'enhaut, inferieur au nombre à ſouſtraire; leur ſomme ſe placera au-deſſous de cette même colonne.

EXEMPLE.

Soit propoſé 9374, deſquels on deſire ſouſtraire 4758.

On les placera comme il ſe voit, le plus fort ſur le plus foible; on commencera de droite à gauche en diſant, ôtez 8 de 4 ne peut: on empruntera une unité ſur le 7 qui précede le 4, laquelle vaut dix fois autant qu'elle vaudroit, ſi cette unité étoit à la place du 4, (conſequence de ce que nous n'avons que neuf caracteres differens pour exprimer toutes les idées que nous avons des nombres) ôtant 8 de ces 10 empruntez reſte 2, leſquels ajoutez au 4 d'enhaut font 6 que l'on placera ſous la premiere colonne à droite: venant à la ſeconde on dira ôtez 5 de 6 reſte 1, que l'on écrira au-deſſous de cette ſeconde colonne. (Il eſt bien évident que 7 ſur lequel on a ôté 1,

ne vaut plus que 6.) Paſſant à la troiſiéme on dira ôtez 7 de 3, ne peut; on empruntera 1 ſur le 9 précedent lequel vaudra 10 : ôtant de ces 10 empruntez 7, il reſte 3, qui ajoutés au 3 d'enhaut font 6, leſquels on poſera ſur la troiſiéme colonne : on paſſera enſuite à la quatriéme, ôtant 4 de 8 il reſtera 4, & on aura trouvé la difference de 9374 à 4758, qui eſt 4616.

De 9374:
ôtez 4758
reſte 4616:

S'il arrivoit que celui d'enhaut ſur lequel on deſire emprunter, fût un zero, on ſeroit dans l'obligation d'emprunter une unité ſur le chiffre qui précederoit ce zero, en marquant un point ſur ce zero pour le faire valoir 9, lorſque l'on en ſera à ſa colonne.

Exemple d'une Souſtraction où il y a des zero aux emprunts.

On propoſe de retrancher 809078: de 1607407.

On aperçoit d'abord que l'on ne peut ôter 8 de 7, par conſequent qu'il faut emprunter une unité ſur les 40 précedens, laquelle unité vaudra 10 de l'eſpece à ſouſtraire, deſquelles ôtant 8, il reſte 2 & 7 d'enhaut qui font 9, que l'on poſera au-deſſous de la colonne des unitez. Ayant emprunté une unité ſur

les 40 qui précedent 7, il n'en reſte plus que 39 : par conſequent le zero vaudra 9, & le 4 qui précede le zero ne vaudra plus que 3. Paſſez à la ſeconde colonne & dites, ôtez 7 de 9, reſte 2 ; de même pour la troiſiéme colonne, ôtez 0 de 3 reſte 3 : paſſant à la quatriéme dites, ôtez 9 de 7, ne peut : empruntez une unité ſur les 60 précedens, laquelle unité vaudra 10 de l'eſpece à ſouſtraire ; ôtez 9 de ces 10 unitez empruntées, il en reſte 1, lequel ajouté au 7 de deſſus le 9 vient 8 : enſuite ôtez zero de 9, reſte 9 : de même ôtez 8 de 15, reſte 7 ; & la difference des ſommes propoſées eſt de 798329, comme il ſe voit par l'operation ſuivante.

De 1607407:
ôtez 809078
reſte 798329:

S'il arrivoit qu'il y eût pluſieurs zero de ſuite, lorſque l'on eſt contraint d'emprunter, on paſſeroit par deſſus tous ces zero en mettant un point ſur chacun pour marque de l'emprunt ſur le caractere ſignificatif qui les précede, lequel caractere ſera diminué d'une unité, & chaque zero pointé ſera compté pour 9 dans l'operation de la ſouſtraction, ce qui n'a aucune difficulté, comme on le verra dans la derniere operation de la ſouſtraction des livres & des parties de la livre.

Exemple de la Souſtraction des livres, & des parties de la livre.

On ſuppoſe qu'un homme doive 467070 liv. 16 ſ. 4 d. de laquelle ſomme il en a payé 79075 l. 3 ſ. 9 d. on demande ce que le debiteur doit encore à ſon creancier.

Pour faire cette operation on placera ces deux ſommes l'une au-deſſus de l'autre, la plus forte ſur la plus foible, & on commencera par la moindre eſpece, c'eſt-à-dire par les deniers. Il conviendroit que l'on évitât les paroles inutiles en calcul, & cela parceque, comme je l'ai déja dit, elles ne ſervent qu'à embrouiller l'eſprit, & à y mettre de la confuſion. Il faut pour cet effet prévoir qu'on ne peut ôter 9 d. de 4: il eſt donc inutile de dire ôtez 9 de 4, puiſqu'on aperçoit que 9 excede 4: on empruntera donc un de l'eſpece précedente, c'eſt-à-dire un ſol que l'on convertira en l'eſpece à ſouſtraire, lequel en vaut 12: ôtant 9 den. de 12, il en reſte 3, qui ajoutez au 4 d'enhaut font 7 que l'on poſera ſous les deniers. Paſſant enſuite à la colonne des ſols, on dira ôtez 3 de 15, reſte 12, que l'on placera ſous les ſols. Paſſant aux entiers, on les ſouſtraira; ainſi qu'il eſt dit ci-devant, obſervant de ne point multiplier les êtres ſans neceſſité, c'eſt-à-dire de ne parler qu'autant qu'il convient. Prononcez, ôtez 5 de 10, reſte 5: enſuite ôtez 7 de 10, reſte 3, & 6 font 9, &c.

L'operation étant faite, viendra pour réponſe 387995 l. 12 ſ. 7 d. c'eſt-à-dire la ſomme que le debiteur doit encore de reſte à ſon creancier.

De	467070 l.	16 ſ.	4 d.
ôtez	79075	3	9
reſte	387995	12	7
preuve	467070	16	4

On fera la preuve de toutes ſortes de ſouſtractions en aſſemblant la ſomme que l'on a payée avec celle qui reſte : doit venir pour leur produit, celle de laquelle on a ſouſtrait, ſi l'operation eſt juſte, comme il eſt évident : car ce que l'on a payé avec ce que l'on doit encore, fait ce que l'on devoit lors de la creance.

On peut ſe diſpenſer de poſer cette addition, puiſqu'elle ſe trouve la même que la ligne de laquelle on a ſouſtrait.

Second exemple de la Souſtraction des livres, & des parties de la livre.

De	8070070 l.	14 ſ.	7 d.
ôté	7908507	19	9
reſte	161562 :	14 :	10 :

Dites, de 12 empruntez, ôtez 9 reſte 3, leſquels joints au 7 d'enhaut valent 10, que l'on poſera ſous les deniers. Paſſant à la colonne des ſols, & apercevant que l'on ne peut ôter

19 ſ. de 13, on empruntera 1 l. laquelle ſe diviſe en 20 ſ. deſquels ôtant 19 reſte 1, & 13 valent 14, que l'on poſera ſous les ſols; ayant emprunté une livre de 70 pour payer 19 ſ. il n'en reſte plus que 69: continuez l'operation comme il eſt dit, ôtant 7 de 9 reſte 2, & le reſte, &c: viendra pour réponſe 161562 liv. 14 ſ. 10 d.

Troiſiéme exemple de la Souſtraction des livres, & des parties de la livre.

De	6000	l.	o ſ.	o d.
ôté	3709		13	7
reſte	2290:		6:	5:

On commencera par dire, ôtez 7 deniers de zero ne peut, il faut emprunter une liv. & comme on n'a beſoin que d'un ſol pour payer 7 d. on laiſſera en idée 19 ſ. dans l'ordre des ſols, retranchant les 7 d. de ce ſol emprunté, il en reſte 5 que l'on poſe deſſous les deniers.

Enſuite ôtez 13 ſols des 19 ſols en idée, il en reſte 6: & comme on a emprunté 1 l. de 6000 l. il en reſtera 5999: par conſequent chaque zero vaut 9, & on finira l'operation à l'ordinaire; il vient pour réponſe 2290: 6: 5.

De la Souſtraction des marcs, & des parties du marc.

EXEMPLE.

On ſuppoſe qu'un Orfévre doive fournir

en vaiſſelle d'argent la quantité de 540 marcs, 0 onces, 2 gros, 0 deniers, 20 grains, & qu'il ait déja donné à compte 409 marcs, 7 onces, 5 gros, 1 denier, 12 grains; on demande combien il s'en manque qu'il n'ait ſatisfait à ſon obligation.

Après avoir placé ces ſommes comme à l'ordinaire, c'eſt-à-dire la plus forte ſur la plus foible, ſuivant le principe general, on dira: ôtez 12 grains de 20, reſte 8: enſuite paſſant à la colonne des deniers, dites, ôtez un den. d'un gros emprunté, qui vaut 3 den. reſte 2. Paſſant à la colonne des gros, dites, ôtez 5 gros d'un gros ne peut. Empruntez un marc qui vaut 8 onces, & en laiſſez 7 en idées dans l'ordre des onces, parcequ'on n'a beſoin que d'une once pour payer cinq gros, cette once vaut 8 gros, deſquels ôtant 5 reſte 3, qui ajoutez au gros d'enhaut, font 4 que l'on placera ſous la colonne des gros. Enſuite paſſant à celle des onces, on dira ôtez 7 de 7, il ne reſte rien: & la ſouſtraction ſe continuant à l'ordinaire, viendra 130 marcs, 0 onces, 4 gros, 2 deniers, 8 grains, pour la quantité que doit encore fournir l'Orfévre.

Marcs,	*onces*,	*gros*,	*deniers*,	*grains*.
De 540:	0:	2:	0:	20:
ôtez 409	7	5	1	12
reſte 130:	0:	4:	2:	8:

De la ſouſtraction des toiſes, & des parties de la toiſe.

EXEMPLE.

Je ſuppoſe que l'on deſire ſouſtraire 2409 toiſes, 5 pieds, 10 pouces, 7 lignes, 8 points ſenſibles, de 7059 toiſes, 0 pieds, 0 pouces, 5 lignes, 0 points.

On placera ces ſommes l'une ſous l'autre, l'inferieure ſous la ſuperieure, & on commencera par la moindre eſpece en diſant, ôtez 8 points ſenſibles d'une ligne, il reſte 4, parce qu'une ligne vaut 12 points ſenſibles. Paſſant à la ſeconde colonne on dira, ôtez 7 lignes de 4 lignes, on ne peut: il faut emprunter une unité ſur la toiſe, & on laiſſera 5 pieds en idée dans l'ordre des pieds, & 11 pouces en idée dans l'ordre des pouces, & cela parce qu'on n'a beſoin que d'un pouce qui vaut 12 lignes pour payer 7 lignes : il en reſte 5 & 4 d'enhaut qui valent 9, que l'on placera ſous les lignes. Enſuite venant à la colonne des pouces, on dira ôtez 10 pouces de 11 en idée, & il en reſte 1 que l'on placera ſous la colonne des pouces. Paſſant à la colonne des pieds on dira ôtez 5 de 5, il ne reſte rien : on marquera un zero ſous cette colonne, & le reſte à l'ordinaire : la difference cherchée eſt 4649 toiſes, 0 pieds, 1 pouce, 9 lignes, 4 points ſenſibles.

De	7059:	*toiſes,* 0	*pieds,* 0	*pouces,* 5	*lignes,* 0	*points.*
ôtez	2409	5	10	7	8	
reſte	4649:	0:	1:	9:	4:	

De la ſouſtraction du Temps.

EXEMPLE.

On demande quel âge auroit une perſonne le 15 Mars 1723, ſi la perſonne étoit née le 4 Octobre 1690.

On ne mettra jamais pour la diſpoſition de cette operation la derniere année ni le dernier mois, & cela parceque 1723 n'eſt pas entierement écoulé, & qu'il n'y a d'échû que 1722: on marquera 1722 & le temps qu'il y a de 1723, qui eſt deux mois quinze jours.

On marquera de même 1689 qu'il y avoit d'échû le jour de la naiſſance, & le temps qu'il y avoit de 1690, qui eſt neuf mois & quatre jours.

En faiſant la ſouſtraction à l'ordinaire vient 32 ans, 5 mois, 11 jours pour le temps cherché.

	Ans,	*mois*,	*jours.*
De	1722:	2:	15:
ôtez	1689	9	4
reſte	32: ans,	5 mois,	11 jours.

AUTRE MÉTHODE
pour operer
LA SOUSTRACTION PAR L'ADDITION.

JE raporterai ici deux des ſouſtractions précedentes deſquelles je ferai l'operation par l'addition. Elle eſt plus facile & moins ſujette à erreur, à cauſe des emprunts que l'on évite par ſon moyen.

Perſuadé que la ſomme que l'on ôte avec celle qui reſte, fait préciſément la ſomme de laquelle on ſouſtrait, ſur ce principe je n'ai d'égard qu'à la preuve, ſans penſer à la ſouſtraction même.

Je commence de droite à gauche, ſelon l'ordre naturel, en examinant quel nombre je dois ajouter à la ligne de deſſous, pour que l'addition de la ſomme que je dois trouver avec celle à laquelle j'ajoute faſſent celle d'enhaut.

Dans l'exemple ſuivant j'aperçois qu'il faut que j'ajoute 6 au 8 de deſſous, pour que la ſomme faſſe le 4 d'enhaut, ou quelle excede une dixaine de 4, je poſe 6 & retiens une unité pour la dixaine excedente que j'ajoute à 5, vient 6: pour qu'il ſe trouve à la preuve un 7 qui eſt au-deſſus de ce 5, il s'en manque un que je poſe ſous la ſeconde colonne. Paſſant enſuite

à la troiſiéme je conçois qu'il faut que j'ajoute au 7 de deſſous, un 6 pour qu'il vienne à la preuve le chiffre d'enhaut 3. Je poſe ce 6 deſſous le 7 & retiens une dixaine pour l'ajouter au 4 précedent : leur ſomme 5 eſt inferieure au 9 d'enhaut, de 4 : je poſe cette difference 4 deſſous cette quatriéme colonne, & j'ai trouvé par l'addition même la difference des deux nombres propoſez, qui eſt 4616, ce qui eſt évident.

De	9374:
ôtez	4758
reſte	4616:

Souſtraction des livres, & des parties de la livre.

Pour faire la ſouſtraction ſuivante par l'addition, on examinera combien il faut ajouter aux deniers à ſouſtraire, pour qu'il vienne à la preuve les 7 deniers de la ligne d'enhaut. On voit que c'eſt 10, parceque 10 deniers joints aux 9, excedent 1 ſol de 7 deniers : on poſe 10 den. ſous la colonne des deniers : enſuite on paſſe à celle des ſols & on retient 1, que l'on ajoute aux 19 ſols à ſouſtraire : leur ſomme 20 vaut 1, de l'eſpece précedente. Pour qu'il vienne 14 à la preuve, on n'a qu'à les ajouter ſous la colonne des ſols, & paſſant des ſols aux livres on retiendra 1, lequel ajouté à 7 fait 8 : pour qu'il vienne un zero, ajouté 2 ſous cette

cette colonne: paſſez à la ſeconde & retenez une dixaine, laquelle étant jointe au zero fait toujours 1: pour aller juſqu'à 7 il s'en manque 6, que l'on poſera ſous cette colonne; allant à la troiſiéme, examinez quel nombre on doit ajouter à 5 pour qu'il vienne un zero, vous trouverez que c'eſt 5, que vous placerez ſous cette troiſiéme colonne, & retenez une unité, laquelle étant ajoutée au 8 de la colonne précedente, fait 9. Pour aller juſqu'à 10, il s'en manque 1, que vous poſerez dans l'endroit qui lui convient, c'eſt à dire ſous le 8; & retenez 1, lequel ajouté au zero fait toujours 1, pour qu'il vienne 7 à la preuve, on poſera 6 deſſous ce zero. Paſſant à la colonne précedente, on examinera quel nombre il faut ajouter à 9, pour qu'il vienne un zero à la preuve, on aperçoit que c'eſt 1: on le poſera ſous le 9 & on retiendra 1, lequel ajouté à 7, donne les 8 d'enhaut; c'eſt pourquoi il n'y a rien à poſer ſous cette derniere colonne.

De	80700701.	14 ſ.	7 den.
ôtez	7908507	19	9
reſte	161562:	14:	10:

Il ſera facile d'appliquer cette méthode aux autres eſpeces de ſouſtractions: c'eſt pourquoi je n'en donnerai point d'exemple particulier.

De la preuve de l'Addition.

L'uſage en Arithmetique eſt de prouver chaque operation par ſon contraire: c'eſt pourquoi je rapporterai ici un exemple des additions précedentes, afin de montrer la maniere d'en faire la preuve par la ſouſtraction.

Cette preuve eſt fondée ſur un principe bien évident: car puiſque toutes les parties priſes enſemble égalent leur tout, ſi l'on retranche toutes les parties, il ne reſtera rien.

On commencera l'operation de gauche à droite pour la preuve, au lieu que pour l'operation de la regle on a commencé de droite à gauche: on additionnera de bas en haut pour la preuve, ſi l'on a additionné de haut en bas pour la regle, afin d'éviter les repetitions des mêmes chiffres dans le même ordre, & ne pas faire differentes fois la même faute en additionnant.

46907 l.	17 ſ.	9 d.
85796	19	7-
7067	10	11-
6407	17	7
146180	5	10
22133:	2:	0:

Toutes les parties qui compoſent la ſomme de l'addition, priſes enſemble, valent 146180 liv. 5 ſ. 10 den.

Ayant additionné de haut en bas pour la regle, on additionnera de bas en haut pour la preuve, en commençant de gauche à droite; prononcez 8, 12, lesquels ôtez de 14, reste 2, que l'on posera sous le 4: on passera à la colonne suivante, on dira, 6, 13, 18, 24, lesquels ôtez de 26, reste 2, que l'on posera sous le 6. Passez à la colonne suivante: dites, 4, 11, 20, lesquels 20 ôtez de 21, reste 1, que l'on posera sous le 1: ensuite allant à la colonne suivante, prononcez 6, 15, lesquels ôtez de 18, reste 3, que l'on posera sous le 8; & pour la colonne des unitez dites, 7, 14, 20, 27, lesquels ôtez de 30, reste 3, que l'on posera sous le zero. On fera attention que ces 3 restants valent 60 sols, lesquels joints au 5 de l'addition, font 65 sols. Prononcez 7, 16, 23, avec les 4 dixaines, valent 63, qui ôtez de 65, reste 2, lesquels 2 sols valent 24 deniers avec les 10 de l'addition, font 34. Prononcez 7, 18, 25, 34, lesquels soustraits de 34, il ne reste rien.

On a trouvé que toutes les parties prises ensemble, ôtées du tout, il ne reste rien: & par consequent on est convaincu que toutes les parties égalent le tout, ou la somme de l'addition.

Des Raports ou Raiſons, & des Proportions ou Analogies.

ON ne ſe propoſe autre choſe ici que d'expliquer les Proportions ou Analogies Geometriques, parceque tout ce qui ſe reſout ordinairement dans la Science des Nombres, ſe doit concevoir executé par des Proportions Geometriques.

Pour ce qui eſt des proportions arithmetiques, on n'en dira rien en ce lieu; on fera cependant voir quelques proprietés des progreſſions arithmetiques dans le troiſiéme Livre.

A l'égard des proportions & progreſſions harmoniques & contre-harmoniques, on les paſſera ſous ſilence, parceque leur emploi n'eſt d'uſage que dans la Muſique.

On appelle *raport* ou *raiſon* la comparaiſon que l'on fait de deux grandeurs enſemble.

On trouve ce raport en examinant combien de fois la premiere grandeur que l'on compare contient ou eſt contenue par la ſeconde, à laquelle cette premiere eſt comparée.

Par exemple : ſi l'on comparoit 12 à 4, on examineroit combien de fois 4 ſeroit contenu dans 12, & le nombre 3 exprimeroit combien de fois 12 contiendroit 4, c'eſt-à-dire que 4 eſt la troiſiéme partie de 12.

Il y a trois cas. 1°. Le premier que l'on compare, peut être plus grand que celui auquel il eſt comparé. 2°. Il peut être égal. 3°. Il peut être plus petit.

La diviſion du premier par le ſecond, ſatisfait generalement à ces trois cas. Car s'il eſt plus grand comme 12 comparé à 4, le quotient 3 exprime le raport ou la raiſon de 12 à 4, c'eſt-à-dire que 12 eſt triple de 4. Quand même ce quotient ne ſeroit pas ſans reſte, il exprimeroit toujours le raport du premier au ſecond, comme ſi on comparoit 12 à 7, le quotient $1\frac{5}{7}$ marqueroit toujours le raport de 12 à 7, c'eſt-à-dire que 12 contient une fois 7, & $\frac{5}{7}$ de fois.

2°. Si le premier égale le ſecond, comme 12 comparé à 12, le quotient 1 marque le raport de 12 à 12.

3°. Si le premier eſt plus petit que le ſecond, leur raport s'exprimera par une fraction: comme 4 comparé à 12, le raport de 4 à 12 ſera exprimé par la fraction $\frac{4}{12} = \frac{1}{3}$, c'eſt-à-dire que 12 eſt triple de 4.

Le premier terme que l'on compare s'appelle l'*antecedent*, le ſecond auquel le premier terme eſt comparé, ſe nomme ſon *conſequent*: comme quand l'on compare 12 à 4; 12 eſt l'antecedent, & 4 ſon conſequent. Mais ſi on comparoit 4 à 12, en ce cas 4 deviendroit l'antecedent, & 12 ſon conſequent.

Proportion, eſt l'égalité de deux raports.

Pour qu'il y ait proportion, il faut avoir quatre termes à comparer enſemble; ſçavoir deux antecedents, & deux conſequents, quoique trois termes puſſent ſuffire, ainſi que nous ferons voir dans la ſuite.

Pour comparer enſemble quatre grandeurs, il eſt neceſſaire que la premiere & la troiſiéme ſoient de même eſpece; que la ſeconde & la quatriéme ſoient auſſi de même eſpece, ou que la premiere & la ſeconde ſoient de même eſpece; que la troiſiéme & la quatriéme ſoient auſſi de même eſpece, ou bien que toutes les quatre grandeurs comparées enſemble ſoient de même eſpece. Car ſi ces quatre grandeurs étoient de differente eſpece, on ne pourroit former aucun raport.

Si on vouloit comparer 4 hommes qui euſſent bû 8 pintes de vin, à 12 autres hommes qui en auroient bû 24 pintes, je dis que 4 hommes ſont homogenes à 12 hommes, comme 8 pintes ſont homogenes à 24 pintes: 4 hommes & 12 hommes s'appellent les deux antecedents, 8 pintes & 24 pintes leurs conſequents; c'eſt ainſi que l'on exprime cette analogie 4: 8:: 12: 24: en diſant, 4 hommes ſont à 8 pintes, comme 12 hommes ſont à 24 pintes.

Dans toutes les proportions le premier terme a un raport au ſecond, qui eſt en même raiſon que le troiſiéme au quatriéme. Ce raport eſt invariable: c'eſt pourquoi ſi le premier

terme eſt plus grand, égal, ou plus petit que le ſecond, le troiſiéme ſera plus grand, égal, ou plus petit que le quatriéme : il en ſera de même, ſi le premier eſt plus grand, égal, ou plus petit que le troiſiéme : le ſecond ſera plus grand, égal, ou plus petit que le quatriéme.

Comparaiſon des conſequents à leurs antecedents : ce que l'on nomme Invertendo.

S'il y a même raiſon de 4 hommes à 8 pintes, que de 12 hommes à 24 pintes ; je dis, qu'il y aura auſſi même raiſon de 8 pintes à 4 hommes, que de 24 pintes à 12 hommes.

Si le premier antecedent eſt à ſon conſequent, comme le ſecond antecedent eſt à ſon conſequent, je conclus de là que le premier conſequent eſt à ſon antecedent, comme le ſecond conſequent eſt à ſon antecedent : ce qui eſt très-viſible. Car ſi 4 eſt la moitié de 8, comme 12 eſt la moitié de 24, en ce cas 8 eſt double de 4, comme 24 eſt double de 12, par conſequent 8 : 4 :: 24 : 12 :

4 : 8 :: 12 : 24.
8 : 4 :: 24 : 12.

Comparaiſon des antecedents aux antecedents, & des conſequents aux conſequents : ce que l'on nomme Alternando.

Si 4 ſont à 8, comme 12 à 24, je dis que 4 ſera à 12, comme 8 à 24 : ſi le premier ante-

cedent eſt à ſon conſequent, comme le ſecond antecedent eſt à ſon conſequent, il y aura même raiſon du premier antecedent au ſecond antecedent, que du premier conſequent au ſecond conſequent : car 4 hommes ſont le tiers de 12 hommes, comme 8 pintes ſont le tiers de 24 pintes.

4 : 8 :: 12 : 24,
4 : 12 :: 8 : 24.

Si quatre termes ſont en proportion geometrique, le produit de la multiplication des extrêmes eſt égal au produit de la multiplication des moyens.

Si 4 eſt à 8 comme 12 eſt à 24, je dis que 4 multiplié par 24, leurs produits 96 égalent 8 multipliez par 12, 96 = 96, c'eſt-à-dire que le produit de la multiplication des extrêmes, égale le produit de la multiplication des moyens. Cette conſequence eſt la plus generale, & la plus utile de toutes celles que l'on peut tirer des proportions : c'eſt elle qui a donné occaſion à ce Vers Latin.

Duc ternum in medium, & productum divide primo.

Car feignant de ne pas connoître le quatriéme terme de la proportion précedente, nommant ce quatriéme terme x ; puiſque le produit de la multiplication des extrêmes égale le produit de la multiplication des moyens, le premier 4 multiplié par le dernier x, donne

$4x$ pour produit des extrêmes, & le ſecond 8 multiplié par 12, donne 96 pour produit des moyens; donc $4x = 96$. Or je nomme ce quatriéme terme x, par conſequent x ne vaudra que le quart de $4x$, c'eſt-à-dire le quart de 96, qui eſt 24. Je ſuis parvenu à trouver le quatriéme terme deſiré 24.

$$4 : 8 : 12 ; x$$
$$4x = 96$$
$$x = 24$$

On peut faire encore ce raiſonnement, en ſupoſant l'unité pour premier terme de toute ſorte de proportions, où on cherche un quatriéme terme proportionnel: par exemple en celle-ci, où il y a: Si 4 hommes boivent 8 bouteilles, combien 12 hommes en boiront ils? ſupoſé l'unité pour premier terme: dites, ſi un homme boit 8 bouteilles, conſtamment 12 hommes boiront 12 fois 8 bouteilles qui font 96 bouteilles: mais obſervant que ce n'eſt pas un homme ſeul qui boit 8 bouteilles; que ce ſont 4 hommes, par conſequent 12 hommes ne boiront que le quart de 96 bouteilles, qui eſt 24, ce qui montre encore que dans ces proportions il faut multiplier le ſecond par le troiſiéme, & diviſer le produit par le premier: le quotient donne le quatriéme terme cherché.

J'aurois pû faire cette remarque, que ſi 4

eſt à 8, comme 12 à 24, 4 diviſé par 8, le quotient ſeroit le même que ſi on diviſoit 12 par 24, c'eſt-à-dire ſi le premier antecedent eſt à ſon conſequent, comme le ſecond antecedent eſt à ſon conſequent, chaque antecedent étant diviſé par ſon conſequent, les quotiens ſont les mêmes $\frac{4}{8} = \frac{12}{24} = \frac{1}{2}$: il en ſeroit de même ſi on diviſoit chaque conſequent par ſon antecedent: car $\frac{8}{4} = \frac{24}{12} = 2$.

Ce ſeroit encore la même choſe ſi on diviſoit le premier antecedent par le ſecond, & le premier conſequent par le ſecond, ou ſi on diviſoit le ſecond antecedent par le premier, & le ſecond conſequent par le premier, les quotiens ſeroient égaux: car $\frac{4}{12} = \frac{8}{24} = \frac{1}{3}$ & $\frac{12}{4} = \frac{24}{8} = 3$.

On peut dire encore: ſi 4 eſt à 8, comme 12 à 24, que 4 plus 8 eſt à 8, comme 12 plus 24 eſt à 24, c'eſt-à-dire que 12 eſt à 8, comme 36 eſt à 24; puiſque 8 eſt les deux tiers de 12, comme 24 eſt les deux tiers de 36: ce que l'on appelle *Compoſition de raiſons*.

Il y a le cas inverſe qui n'a aucune difficulté, & que l'on appelle *Diviſion de raiſons*.

Ce que j'ai dit dans ces proportions, me paroît ſuffiſant pour faire concevoir parfaitement la raiſon de toutes les operations numeriques, qui ont beſoin de cette ſcience.

L'aprehenſion que j'ai eu d'être trop abſtrait, eſt la ſeule cauſe pour laquelle je n'ai pas donné de démonſtrations literales ou li-

neaires dans ces analogies, lesquelles auroient été à la verité bien plus generales & plus sçavantes ; mais trop difficiles à comprendre pour des Commençans.

MULTIPLICATION.

TROISIE'ME REGLE.

DEFINITION.

LA *Multiplication* est une operation de l'Arithmetique, qui montre la maniere de trouver un nombre, qui se contienne autant de fois lui-même, que celui par lequel on le multiplie, a d'unitez.

Si on souhaitoit par exemple multiplier 7 par 6, ce seroit ajouter 7 six fois à lui-même, & leur somme 42 donneroit le produit de 7 multiplié par 6 : ce qui fait connoître que la multiplication est un abregé de l'addition, comme nous ferons voir dans la suite, que la division est un abregé de la soustraction.

On observera qu'il y a une proportion dans la multiplication, dont le premier terme est toujours l'unité, le second le *multiplicateur*, & le troisiéme le nombre *à multiplier* ; le quatriéme terme donne le produit de la multiplication.

Si on veut multiplier 7 par 6, on fera cette

analogie 1 : 7 :: 6 : x, multipliant les extrêmes enſemble, ainſi que les moyens, on trouvera $1x = 42$, & comme la diviſion d'un nombre par 1, c'eſt ce nombre lui-même, comme 42 diviſé par 1, donne 42, produit de la multiplication de 6 par 7.

On prend ordinairement le plus petit nombre pour multiplicateur, & l'autre pour nombre à multiplier, cela dépend cependant des cas : car il y en a où il eſt plus avantageux de prendre le plus grand pour multiplicateur ; pour l'ordinaire on conſidere la marchandiſe achetée ou vendue comme multiplicateur.

SCOLIE.

On peut mettre au ſecond terme de la proportion le nombre à multiplier, au lieu du multiplicateur, & le produit des moyens donnera toujours le quatriéme terme cherché.

Il convient que l'on ſcache le produit de deux nombres inferieurs à 10, multipliez l'un par l'autre.

Pour faciliter les Commençants je mettrai ici la Table ſuivante, qu'il faut parfaitement poſſeder pour operer la multiplication des nombres entiers, ainſi que la diviſion.

TABLE.

POUR LA MULTIPLICATION.

2	2 . . . 4	5	5 . . . 25	10	10 . . . 100		
	3 . . . 6		6 . . . 30		11 . . . 110		
	4 . . . 8		7 . . . 35		12 . . 120		
	5 . . . 10		8 . . . 40				
	6 . . . 12		9 . . . 45	11	11 . . . 121		
	7 . . . 14		10 . . . 50		12. 132		
	8 . . . 16		11 . . . 55				
	9 . . . 18		12 . . . 60	12	12 . . . 144		
	10 . . . 20	6	6 . . . 36				
	11 . . . 22		7 . . . 42				
	12 . . . 24		8 . . . 48				
3	3 . . . 9		9 . . . 54				
	4 . . . 12		10 . . . 60				
	5 . . . 15		11 . . . 66				
	6 . . . 18		12 . . . 72				
	7 . . . 21	7	7 . . . 49				
	8 . . . 24		8 . . . 56				
	9 . . . 27		9 . . . 63				
	10 . . . 30		10 . . . 70				
	11 . . . 33		11 . . . 77				
	12 . . . 36		12 . . . 84				
4	4 . . . 16	8	8 . . . 64				
	5 . . . 20		9 . . . 72				
	6 . . . 24		10 . . . 80				
	7 . . . 28		11 . . . 88				
	8 . . . 32		12 96				
	9 . . . 36	9	9 . . . 81				
	10 . . . 40		10 . . . 90				
	11 . . . 44		11 . . . 99				
	12 . . . 48		12 . . . 108				

Si l'on veut ſçavoir le produit de 7 multiplié par 9 : on cherchera dans la table la Caze où le plus petit de ces deux nombres 7, eſt le Chiffre dominant, & on trouvera vis à vis de l'autre nombre 9 : 63. pour produit de 7 multiplié par 9 : ainſi des autres.

PREMIER EXEMPLE

De la Multiplication.

Soit propoſé de multiplier 749 par 75.

On placera 75 ſous 749, poſant les unitez du Multiplicateur ſous les unitez du nombre à multiplier, ainſi qu'il ſe voit. On commencera de droite à gauche, en diſant 5 fois 9 valent 45 : on poſera 5 ſous les unitez, & on retiendra 40 unitez, c'eſt-à-dire 4 dixaines que l'on ajoutera à 20, produit de 5 multiplié par 4 : on poſera 4 ſous les dixaines & on retiendra 2 dixaines (qui ſont des dixaines de dixaines, c'eſt-à-dire des centaines) : multipliez de même 5 par 7 vient 35 & 2 de retenu font 37, que l'on poſera naturellement, ſçavoir 7 ſous les centaines, & 3 que l'on avancera pour être poſé dans l'ordre des 1000.

On voit que le produit de 749 multiplié par 5 eſt de 3745 : n'ayant pas ſeulement 5 pour multiplicateur, mais 75 ; on multipliera encore 749 par 70, c'eſt à-dire par 7 dixaines, ce que l'on fait en multipliant par 7 &

avançant le produit d'un chiffre, en disant 7 fois 9 valent 63, posez 3 dans l'ordre des dixaines & retenez 6; ensuite multipliez 7 par 4 vient 28 & 6 de retenu font 34, posez 4 sous le chiffre qui precede le 3, & retenez 3 que vous ajouterez à 49, produit de 7 par 7, & leur somme 52, sera posée, ainsi qu'il se voit; on assemblera le produit de 5 par 749, qui est 3745 avec 52430 produit des mêmes 749 par 70; leur somme 56175, sera le produit de 749 multiplié par 75.

749
75
3745
5243
56175

Second Exemple de Multiplication.

On demande combien il y a de minutes en 97 années solaires.

On observera que le Soleil employe 365 jours, 5 heures & environ 49 minutes à parcourir l'Ecliptique d'un point du Zodiaque, jusqu'à ce qu'il soit de retour à ce même point, ce que l'on appelle grandeur de l'année solaire.

Pour trouver la quantité des minutes qui composent 97 ans, on cherchera les minutes que contient un an solaire; on multipliera pour cet effet les 365 jours qu'il y a dans un

an par les 24 heures que le jour contient, viendra 8760 heures ; on ajoutera à ce produit 5 heures, on aura 8765 heures, on réduira ce nombre d'heures en minutes, en les multipliant par 60, qui eſt le nombre des minutes que contient chaque heure, viendra 525900 minutes auſquelles on ajoutera 49 minutes qu'il y a de plus chaque année : leur ſomme 525949 ſera le nombre des minutes que contient une année.

Pour trouver combien il y a de minutes en 97 ans, dites, puiſque un an contient 525949 minutes, 97 ans contiendront 97 fois 525949 minutes, qui font 51017053 minutes, nombre cherché.

```
      365
       24
     1460
     7305
     8765  heures.
       60
   525900
       49
   525949  minutes.
       97  ans.
  3681643
 4733541
 51017053  minutes.
```

Troiſiéme

Troiſiéme Exemple.

On propoſe de trouver combien le tour de la terre contient de toiſes dans ſa plus grande étendue.

L'Academie en 1669, fit faire des obſervations pour connoître la grandeur d'un degré de la terre, & il ſe trouva de 57064 $\frac{1}{2}$ toiſes. On en a fait d'autres depuis ce temps à Amiens par leſquelles on a conclu que la grandeur d'un degré du Meridien étoit de 57060 toiſes : c'eſt cette meſure ſur laquelle on ſe regle pour l'uſage ordinaire.

Comme la circonference de tous les cercles en Mathematique ſe diviſe en 360 parties égales, que l'on nomme *degrez* : ſi on multiplie 57060 toiſes par 360 degrez que contient l'Equateur ou le Meridien, on aura 20541600 toiſes pour le tour de la terre dans ſa plus grande étendue.

Pour faire cette operation, poſez 360 degrez ſous 57060 toiſes, comme vous les voyez marqués.

Multipliez 57060 toiſes par le 6 du Multiplicateur qui precede le zero, & cela parceque le zero ne multiplie point : poſez ſeulement ce zero dans l'ordre des unitez, & multipliez 57060 par 6. vient 3423600 toiſes pour le produit de 60 degrez multipliez par 57060 toiſes.

Multipliez enſuite 57060 toiſes par 300,

vient 17118000 : ; ajoutez le produit de 60 degrez au produit de 300 : viendra le produit de 360 degrez, qui eſt 20541600 : pour le nombre des toiſes, que contient le tour de la terre.

57060
360
3423600
171180
20541600 toiſes.

De la réduction des entiers en leurs moindres eſpeces.

POur réduire des entiers en leurs moindres eſpeces, on multipliera ces entiers par le nombre que chaque unité de ces entiers vaut de l'eſpece de celle à laquelle on veut réduire ces entiers, & le produit de la multiplication donnera le nombre des entiers réduits.

EXEMPLE.

Soit propoſé de réduire 167 liv. en ſols.

Comme la livre ſe diviſe en 20 ſols, on multipliera 167 liv. par 20 : viendra 3340 ſols pour la réduction propoſée.

167
20

3340 sols.

Mais si on souhaitoit réduire cette même somme en deniers, on multiplieroit 3340 sols par 12 den. que contient un sol, viendroit 40080 den. pour la réduction cherchée.

3340
12

40080

On en usera de même pour toutes les autres especes de réductions: ce qui n'a pas besoin d'exemple particulier pour être conçû.

Exemple d'une Multiplication d'entiers par livres & sols.

On suppose avoir acheté 32 aunes de Dentelle à 7 liv. 2 sols l'aune: on demande combien il en coutera d'argent, pour payer cette dentelle.

Multipliez premierement 32 aunes par 7 l. viendra 224 l. pour le prix de 32 aunes à 7 l.

Pour multiplier 32 aunes par 2 sols, vous observerez que si on achetoit 32 aunes à 20 s. l'aune, ce seroit pour leur valeur 32 liv. mais ne payant l'aune que sur le pied de 2 sols, qui sont la dixiéme partie de 20 sols, ce sera par consequent la dixiéme partie de 32 liv. qui

eſt 3 liv. 4 ſols, leſquels étant ajoutez à 224 liv. font 227 liv. 4 ſols, pour la ſomme cherchée.

3|2
71. 2 ſ.
224
3 4
227 l. 4 ſ.

Quand on a à multiplier par deux ſols, il n'y a qu'à trancher (regle generale) le dernier chiffre du nombre à multiplier à main droite, mettre ceux qui ſont à gauche de cette tranche dans l'ordre des livres, & doubler celui qui ſe trouve à droite que l'on placera dans l'ordre des ſols, & cela parceque la dixiéme partie d'un nombre quelconque, ſe trouve toujours en tranchant la derniere figure à main droite, parceque 10 eſt compoſé d'une unité & d'un zero.

Le caractere qui ſe trouve à la droite de cette tranche, eſt autant de 10es. de l'eſpece precedente, que ce caractere a d'unitez. Or comme il y a deux fois 10 ſols, dans l'eſpece precedente, on double ce caractere à main droite, pour le placer dans l'ordre des ſols.

Pour les nombres qui ſont à la gauche de cette tranche, on les poſera dans l'ordre des livres, parceque l'unité ne diviſe point.

Il faut clairement concevoir cette raiſon, parceque tout ce qui s'opere dans la multipli-

cation, ſuivant cette methode pour les ſols & den. n'eſt qu'une conſequence de ce principe.

Si on avoit un certain nombre d'entiers à multiplier par pluſieurs fois deux ſols, on examineroit dans ce nombre de ſols, combien il y a de fois deux ſols, & tranchant la derniere figure à main droite du nombre à multiplier, on multiplieroit ces entiers par le nombre de fois deux ſols que l'on aura trouvé dans les ſols, plaçant dans l'ordre des ſols ce qu'il convient pour les ſols, & dans l'ordre des livres, ce qui convient aux livres.

Exemple d'une multiplication où il y a pluſieurs fois deux ſols, au prix de la marchandiſe.

On ſuppoſe avoir acheté 346 aunes de Toile ſur le pied de 9 liv. 16 ſ. l'aune : on demande combien il en coutera pour le tout.

Multipliez 346 aunes par 9 liv. à l'ordinaire, vient au produit 3114 liv. pour la valeur de 346 aunes à 9 liv. chacune : agiſſez enſuite pour 16 ſ. en prenant la moitié de 16, vient 8: c'eſt à-dire que dans 16 ſ. il y a 8 fois 2 ſ.

Ayant tranché la derniere figure à main droite du nombre à multiplier 346, on appercevera que le produit de deux ſols, eſt 34 liv. 12 ſ. par conſequent on multipliera ce produit de 2 ſ. par 8: (nombre de fois 2 qu'il y a dans 16.) viendra 276 liv. 16 ſ. pour le produit de 16 ſ. leſquels ajoutez aux 3114 liv. pro-

duit de 9 liv. leur somme 3390 liv. 16 sols, sera la juste valeur de 346 aunes à 9 liv. 16 s.

3 4|6 au.	8
9 :	16 s.
3 1 1 4	
2 7 6	1 6
3 3 9 0 liv.	1 6 s.

COROLLAIRE.

On peut multiplier 346 par 8, nombre de fois deux sols qu'il y a dans 16, & doubler 48, produit du 1e caractere 6 par 8 : on aura 96 sols : plaçant 16 dans l'ordre des sols, & retenant 4 pout les ajouter à 32, produit de 4 par 8, & de leur somme 36, on posera 6 dans l'ordre des livres, & on retiendra trois dixaines qui doivent être ajoutées à 24, produit de 3 par 8 : leur somme 27 se posera ainsi qu'il se voit par l'operation precedente.

SCOLIE.

On peut doubler simplement ce qui excede les dixaines pour être mis dans l'ordre des sols, & retenir les dixaines pour les ajouter dans l'ordre des livres, c'est-à-dire doubler seulement dans la precedente operation, 8, qui excede les dixaines dans le nombre 48 : vient 16, que vous poserez dans l'ordre des sols, & retiendrez 4 dixaines que vous ferez valoir 4 liv.

Si le nombre des ſols de l'operation étoit impair comme 17, on agiroit pour 8 fois 2 ſols qui font 16 ſ. & pour le ſol reſtant on prendroit la moitié du produit de deux ſols.

Exemple d'une multiplication où le nombre des ſols eſt impair.

Soit propoſé le même nombre d'aunes 346 ſur le pied de 9 liv. 17 ſ. chacune, ſçavoir combien couteroit le tout.

On operera pour 9 liv. 16 ſ. comme à la precedente, & pour le ſol reſtant on prendra la moitié du produit de deux ſols, c'eſt-à-dire la moitié de 34 liv. 12 ſ. viendra 17 liv. 6 ſ.

3 4 | 6 au. 8
9 l. 17 ſ.

3 1 1 4
2 7 6 16
1 7 6

3 4 0 8 l. 2 ſ.

S'il arrivoit qu'il y eût des deniers dans l'operation, on prendroit pour ces deniers les parties aliquotes du produit de deux ſols.

EXEMPLE.

Soient propoſées 346 aunes à multiplier par 9 liv. 17 ſols 6 deniers.

On multipliera 346 par 9 liv. 17 ſ. comme

il est dit : & pour les 6 deniers on prendra le quart du produit de deux sols (parceque 6 den. sont le quart de deux sols) c'est-à-dire le quart de 34 liv. 12 s. qui est 8 liv. 13 s. Additionnant ces differens produits, leur somme 3416 liv. 15 s. sera la valeur de 346 aunes à 9 liv. 17 s. 6 den. l'aune.

3 4|6 au.	8	
9 l.	17 s	6 d.
3 1 1 4		
2 7 6	1 6	
1 7	6	
8	1 3	
3 4 1 6 l.	1 5 s.	

On peut pour les 6 deniers de l'operation precedente, après avoir tiré le quart de 34 liv. ne faire valoir les 2 liv. restantes que 2 dixaines ; lesquelles ajoutées au chiffre suivant 6, font 26 : & on prendra la moitié de ces 26, vient 13, que l'on placera dans l'ordre des sols, ce qui sera la même chose qu'en tirant le quart de 52 : puisque 52 sont à 4, comme 26 sont à 2 ; ce sont des facilitez de calcul qui se presentent à l'esprit pour peu qu'on ait de bon sens & d'habitude.

S'il arrivoit aussi qu'il y eût un nombre de deniers au multiplicateur, qui fût incommensurable à 24 deniers valeur de deux sols, c'est-

à-dire qui ne meſurât pas 24 ſans reſte comme 5, 7, 9, 10, 11, on ſeroit dans l'obligation de partager ce nombre de deniers en 2 parties, leſquelles parties meſuraſſent 24 ſans reſte.

Si on voulpit, par exemple, multiplier un nombre quelconque par 10 deniers, on diviſeroit ces 10 deniers en 2 parties 6, 4: on feroit deux produits ſéparés, agiſſant d'abord pour 6 d. qui eſt le quart du produit de deux ſols, enſuite pour 4 d. qui eſt la ſixiéme partie du produit de deux ſols, ainſi des autres.

EXEMPLE.

Ayant acheté 390 livres de viande ſur le pied de 7 ſ. 10 d. la livre, on demande ce qu'il en coutera pour le tout.

On agira pour 7 ſols en multipliant 390 par 3 fois 2 ſols, comme il eſt dit ci-devant, & pour le ſol reſtant, on prendra la moitié du produit de deux ſols; enſuite pour 10 deniers, on prendra pour 6 den. le quart du produit de deux ſols qui eſt 39 liv. viendra 9 liv. 15 ſ. & pour les 4 deniers reſtans, le ſixiéme de 39 liv. viendra 6 liv. 10 ſ. Faiſant l'addition à l'ordinaire, le produit 152 l. 15 ſ. ſera la juſte valeur de 390 livres de viande à 7 ſols 10 deniers la livre, comme le tout ſe voit par l'operation ſuivante.

39|0		3
0 l.		7 s. 10 d.
117		
19:	10	
9:	15	
6:	10	
152	15	

Table des deniers pour la multiplication.

Pour 1 denier on prendra la vingt-quatriéme à main gauche, & la douziéme à droite.

Pour 2 den. la douziéme & la sixiéme.

Pour 3 den. la huitiéme & le quart.

Pour 4 den. la sixiéme & le tiers.

Pour 5 den. comme pour 4, & du produit le quart.

Pour 6 den. le quart & la moitié.

Pour 7 den. comme pour 4 & pour 3.

Pour 8 den. le tiers, doublez ce qui reste & en tirez le tiers.

Pour 9 den. comme pour 6 & pour 3.

Pour 10 den. comme pour 6 & pour 4.

Pour 11 den. comme pour 8 & pour 3.

Remarquez que l'on suppose qu'on ne fasse valoir dans l'usage de la Table precedente que 10 sols chaque livre restante à gauche de la figure tranchée, lesquels on ajoute naturellement à la figure suivante, c'est-à-dire

à celle qui eſt à droite de la tranche, ſi elle eſt ſignificative, pour prendre de leurs ſommes le double de ce que l'on a tiré à gauche, lequel double ſe placera dans l'ordre des ſols, ce qui revient au même que ſi on tiroit partout également.

Au lieu de prendre pour un denier la vingt-quatriéme & la douziéme, comme il eſt dit dans la Table; on peut faire un faux produit pour une plus grande facilité, en operant pour 5 deniers & effaçant le produit de 4 deniers.

EXEMPLE.

On ſuppoſe avoir vendu 709 aunes de taffetas ſur le pied de 7 liv. 1 ſ. 1 den. On demande combien il en coutera pour le tout.

Multipliez 709 aunes par 7 l. 1 ſol, comme nous avons dit ci-devant : enſuite pour 4 den. prenez la ſixiéme partie de 70 liv. & le tiers de 49 ſ. viendra 11 liv. 16 ſ. 4 den. leſquels on effacera après avoir tiré le quart, qui eſt 2 liv. 19 ſ. 4 d. pour le produit de 709 aunes à 1 denier, la ſomme de l'addition 5001 liv. 8 ſols 1 den. eſt la réponſe cherchée.

7 0 9

7 l. 1 ſ. 1 d.

4 9 6 3

3 5 9

2 1 1 6 4

2 1 9 1

5 0 0 1 l. 8 ſ. 1 d.

Il y a de certains cas où les multiplications ſe peuvent abreger, comme quand on multiplie par 5 ſols: on peut prendre le quart de la marchandiſe achetée ou vendue, & cela parceque 5 ſols eſt le quart de 20 ſols : par 10 ſ. la moitié, parceque 10 ſ. eſt la moitié de 20 ſ. par 6 ſ. 8 den. le tiers: par 3 ſ. 4 den. le ſixiéme; mais toutes ces abreviations ſe découvrent facilement par la pratique.

Lorſque la quantité de la marchandiſe achetée ou vendue eſt un nombre entier inferieur à 10, tel que ſoit le prix de cette marchandiſe, la multiplication ſe peut toujours faire en une ligne.

EXEMPLE.

Suppoſant que l'on ait acheté 9 aunes d'étoffe à 29 liv. 1 ſ. 11 den. l'aune, on demande combien coutera le tout?

Puiſqu'une aune coute 29 liv. 1 ſ. 11 den. il eſt conſtant que 9 aunes couteront 9 fois 29 liv. 1 ſ. 11 den. Commencez à multiplier les 11 den. par 9, en diſant 9 fois 11 deniers valent 99 den. leſquels font 8 ſ. 3 den. on poſera 3 den. & on retiendra 8 ſ. dites enſuite 9 fois 1 ſ. valent 9 ſ. & 8 de retenu font 17, qu'il faut poſer ſous les ſols; paſſant aux entiers, dites, 9 fois 9 font 81, poſez 1 & retenez 8 dixaines; dites de même, 9 fois 2 font 18, & 8 de retenu valent 26, que l'on poſera,

ſçavoir 6 dans l'ordre des dixaines, & 2 dans l'ordre des centaines, & on trouve le produit de cette multiplication 261 liv. 17 ſ. 3 den. qui eſt le nombre cherché.

9			
29 l.	1 ſ.	11 d.	
261 l.	17 ſ.	3 d.	

Si la quantité de la marchandiſe achetée ou vendue, étoit compoſée de deux chiffres qui fuſſent multiples de deux nombres inferieurs à 10, la multiplication ſe feroit en deux lignes.

EXEMPLE.

Ayant acheté 63 muids de vin à 129 liv. 1 ſ. 11 d. chaque muid; ſçavoir combien coutera le tout?

On obſervera que 63 eſt multiple de 7 par 9: ſi on multiplie le prix de chaque muid par 9; & le produit qui réſultera de cette multiplication étant multiplié par 7, viendra au ſecond produit, la valeur de 63 muids de vin à 129 liv. 1 ſ. 11 den. qui eſt 8133 liv. 0 ſ. 9 d.

63			
129: liv.	1 ſ.	11 d.	
1161:	17	3	
8133:	0	9	

Il eſt arbitraire de commencer la multiplication par 9 ou par 7, puiſque 7 fois 9 valent autant que 9 fois 7.

AUTRE METHODE

POUR LA MULTIPLICATION

Des entiers par livres, ſols & deniers.

CEtte methode eſt fort differente de la precedente, elle eſt plus conciſe & moins embaraſſante, & cela parcequ'on évite par ſon moyen les parties aliquotes de deux ſols, qui ne laiſſent pas d'avoir leur difficulté pour des commençans.

Cette operation ſe fait toujours en autant de lignes, que le Multiplicateur a de caracteres ſignificatifs, c'eſt-à-dire que s'il y a deux chiffres au Multiplicateur, la multiplication ſe fera en deux lignes; s'il y en a trois elle ſe fera en trois lignes, &c.

Nous avons montré ci-devant que la multiplication ſe pouvoit toujours faire en une ligne, lorſqu'il n'y avoit qu'un caractere au Multiplicateur.

Exemple d'une multiplication où il y a deux caracteres ſignificatifs au Multiplicateur.

Je ſuppoſe que l'on ait acheté 79 aunes d'é-

toffes à 29 liv. 1 ſ. 11 den. l'aune: combien en coutera-t-il, pour le tout?

Placez 29 liv. 1 ſ. 11 den. deſſous 79, comme à la methode precedente; enſuite multipliez 29 liv. 1 ſ. 11 den. par 9, premier caractere du multiplicateur 79, en commençant par les deniers comme ci-devant; on aura au produit 261 liv. 17 ſ. 3 den. pour la valeur de 9 aunes à 29 liv. 1 ſ. 11 den. Il ne s'agit plus que de trouver en une ligne la valeur de 70 aunes à 29 liv. 1 ſ. 11 den. Pour cet effet on n'aura aucun égard au zero, on multipliera par 7 en commençant par les deniers, diſant 7 fois 11 deniers valent 77 deniers, qui font 6 ſols 5 deniers: on placera 5 à côté de l'operation & on retiendra 6 ſols; paſſant aux ſols, dites, 7 fois 1 ſol font 7 ſols & 6 de retenu valent 13 ſols; on poſera 13 auprès de ce 5 placé à côté de l'operation, ſeparant ſeulement ce 5 des 13 par deux points.

On paſſera enſuite aux entiers, en diſant 7 fois 9 valent 63, on poſera 3 deſſous les dixaines, & on retiendra 6 que l'on ajoutera à 14 produit de 7 par 2, & leur ſomme 20 ſe placera dans l'ordre naturel à la multiplication.

On viendra enſuite aux chiffres placez à côté, en commençant par les 13, deſquels on prendra la moitié: vient 6 que l'on poſera dans l'ordre des unitez des entiers; & comme cette moitié ne ſe trouve pas exacte, il

reſte 1 : cette unité reſtant vaut 10 ſols ; leſquels joints aux 50 deniers à côté, font 14 ſ. 2 den. que l'on placera dans l'ordre qui leur convient : on aura exprimé dans une ſeule ligne, au moyen des caracteres placez à côté, la valeur de 70 aunes, qui eſt 2036 l. 14 ſ. 2 d. que l'on ajoutera au produit de 9 aunes ; vient pour réponſe à la queſtion 2298 liv. 11 ſ. 5 d.

	79			
	29 l.	1 ſ.	11 d.	
261	17:	3	13:	5
2036:	14:	2		
2298	11	5		

Les caracteres placez à côté doivent être conſiderez comme ſuivis d'un zero, lorſque l'on multiplie par des dixaines chacun dans leur eſpece, c'eſt-à-dire que les 13 placez à côté de l'operation precedente, doivent être conſiderez comme 130 ſols, leſquels on réduit en liv. & les 5 ſuivans doivent auſſi être conſiderez comme 50 deniers qui valent 4 ſ. 2 den. ce qui eſt bien évident, puiſque ce n'eſt pas ſeulement par 7 que l'on a multiplié, mais par 70.

AUTRE

AUTRE EXEMPLE,

Où il y a trois caracteres ſignificatifs au Multiplicateur.

Soit propoſé de multiplier 96 liv. 17 ſ. 5 d. par 958, ſuivant les principes de la deuxiéme methode.

On poſera 96 liv. 17 ſ. 5 den. deſſous 958 à l'ordinaire; on multipliera 96 liv. 17 ſ. 5 d. par 8, en commençant par les deniers, vient 774 liv. 19 ſ. 4 den. pour le produit de 8 par 96 liv. 17 ſ. 5 den. enſuite on multipliera les mêmes 96 liv. 17 ſ. 5 den. par 5, je veux dire par 50 ſuivant les principes precedens, en commençant par les deniers, diſant 5 fois 5 den. font 25 den. poſez 1 den. à côté de l'operation, & retenez 2 ſ. paſſez aux 17 ſ. leſquels vous multiplierez par 5 en diſant 5 fois 7 font 35 & 2 de retenus valent 37, poſez 7 à côté de 1 ſeparé par deux points, & retenez 3 dixaines; dites enſuite 5 fois une dixaine font 5 dixaines & 3 de retenues font 8 dixaines qu'il faut retenir pour 4 liv. Paſſant aux entiers, dites 5 fois 6 font 30 & 4 de retenus font 34, poſez 4 dans l'ordre des dixaines & retenez 3; dites de même 5 fois 9 font 45, & 3 de retenus font 48, que l'on poſera ainſi qu'il ſe voit: prenez enſuite la moitié de 7 placé à côté, vient 3, que vous poſerez dans l'ordre des unitez des entiers, & il reſte 10 ſ. que vous placerez dans l'ordre des ſols, à cau-

ſe que l'unité de l'ordre des deniers ne fait que 10, que l'on poſera dans l'ordre des deniers.

Il reſte encore à multiplier 96 liv. 17 ſ. 5 d. par 900, commencez de même par les deniers, diſant 9 fois 5 font 45 deniers, poſez 9 den. à côté & retenez 3 ſ. Paſſant aux ſols, dites 9 fois 7 valent 63 & 3 de retenus font 66, poſez 6 & retenez 6 dixaines : multipliez enſuite la dixaine par 9, vient 9 dixaines & 6 de retenues font 15 dixaines qui valent 7 liv. 10 ſols; poſez une unité à côté du 6, laquelle vaut 10 ſ. & retenez 7; paſſez aux entiers & dites, 9 fois 6 font 54 & 7 de retenus font 61, poſez 1 dans l'ordre des centaines & retenez 6; dites, 9 fois 9 valent 81 & 6 de retenus font 87, poſez 87.

Il reſte deux places vuides dans les entiers, ſçavoir une pour les dixaines & l'autre pour les unitez. Pour remplir ces deux places vuides, on ſuppoſera deux zero après 16, parceque l'on a multiplié par des centaines, viendra 1600 ſols, que l'on réduira en livres; en prenant la moitié de 16 on aura 8 que l'on placera dans l'ordre des dixaines, il ne reſte rien : on agira enſuite pour les 9 deniers placez à côté, on ſuppoſera de même 2 zero, leſquels 900 deniers on réduira en ſols, en prenant le douziéme de 900, vient 75 ſols, que l'on poſera dans l'operation, ſçavoir 3 dans l'ordre des livres, & 15 dans l'ordre des ſols; additionnant ces trois lignes, viendra pour ré-

ponſe à la queſtion 92802 liv. 5 ſols 2 den.

958
96 liv. 17 ſ. 5 d.

774	19 4-	7 : 1
4843	10 10	16 : 9
87183	15	

92802 liv. 5 ſ. 2 d.

Cette operation eſt fondée ſur l'expreſſion même des nombres, car on multiplie la valeur de l'unité par 8, par 50 & par 900 : leſquels joints enſemble valent 958.

On ſuivra toujours le même ordre pour des multiplications où il y a un plus grand nombre de chiffres au multiplicateur, obſervant ſeulement de les mettre chacun dans la place qui leur convient, ſuivant les principes de cette methode.

On peut abreger le calcul de la multiplication des entiers, en multipliant pluſieurs chiffres par pluſieurs chiffres dans une ſeule ligne.

EXEMPLE.

On propoſe de multiplier 369 par 19 dans une ſeule ligne.

Poſez 19 ſous 369, comme à l'ordinaire; dites, 9 fois 9 font 81, poſez 1 & retenez 8; dites de même 9 fois 6 font 54, auſquels ajou-

tant 8 de retenus font 62, enſuite multipliez par 1 (qui eſt le 10 des 19 du multiplicateur) tout le nombre à multiplier, en ſuivant le même ordre qu'en multipliant par 9, avec cette difference que le 9 doit toujours preceder le 10 d'un chiffre dans l'operation ; dites par conſequent une fois 9 eſt 9 : qui joints au 62 font 71, poſez 1 & retenez 7 : enſuite dites 9 fois 3 valent 27 & 7 de retenus font 34 ; puis une fois 6 eſt 6, leſquels joints aux 34 font 40, poſez un zero & retenez 4 : enfin dites une fois 3 eſt 3, & 4 de retenus valent 7 : que vous poſerez à côté gauche des autres caracteres, & la multiplication ſera faite en une ſeule ligne.

3 6 9
1 9

7 0 1 1

Soit propoſé de multiplier 987 par 54 dans une ſeule ligne.

Dites 4 fois 7 valent 28, poſez 8 & retenez 2, dites de même 4 fois 8 font 32 & 2 de retenus font 34. Multipliez le premier chiffre 7 à main droite du nombre à multiplier par 5 (je veux dire par 50) vient 35, leſquels ajoutez aux 34 font 69 ; poſez 9 & retenez 6 ; dites enſuite 4 fois 9 font 36 & 6 de retenus valent 42, ajoutant à cette ſomme 40 produit de 5 par 8 vient 82, poſez 2 & retenez 8. Multi-

pliez enſuite 5 par 9, & à leur produit 45 ajoutez le 8 de retenu, vient 53 que vous poſerez, ainſi qu'il ſe voit par le calcul ci-deſſous.

```
  9 8 7
    5 4
-------
5 3 2 9 8
```

On en uſera de même où il y aura un plus grand nombre de chiffres à multiplier l'un par l'autre.

DE LA DIVISION.

QUATRIE'ME REGLE.

DE'FINITIONS.

LA *Diviſion* eſt une Souſtraction réiterée dans laquelle on retranche *le Diviſeur du nombre à diviſer*, autant de fois qu'il y eſt contenu.

Le nombre qui exprime combien de fois le diviſeur eſt contenu dans le nombre à diviſer, s'appelle *le Quotient*, & celui que l'on diviſe s'appelle *le Dividende*, ou nombre à diviſer, & celui qui partage ce nombre à diviſer en autant de parties égales que ce nombre a d'unitez, s'appelle *le Diviſeur*.

Remarquez que l'on appelle *diviſion ſimple*, lorſque le diviſeur n'a qu'un chiffre, & *diviſion compoſée*, lorſque le diviſeur a plus d'un chiffre.

EXEMPLE.

On propoſe de partager 63 en 9 parties égales.

63 s'appelle le Dividende ou nombre à diviſer, 9 s'appelle le Diviſeur, & 7 qui exprime combien de fois le Diviſeur 9 eſt contenu dans le nombre à diviſer 63, ſe nomme Quotient.

Pour executer cette operation, on poſera 63 dans l'endroit où on deſire faire ce calcul; on tirera une ligne deſſous 63, & une autre à côté, ainſi que l'on voit: on placera le Diviſeur 9 à côté de 63, deſſous la ligne qui eſt tirée au deſſous des 63, nombre à diviſer, laquelle ligne eſt continuée pour ſeparer le Diviſeur du Quotient.

On examinera enſuite après cette préparation, en 63 nombre à diviſer, combien de fois le Diviſeur 9 y peut être contenu; on aperçoit qu'il y eſt 7 fois: on poſera 7 au Quotient deſſous le 9 Diviſeur, & on multipliera ce Diviſeur 9 par le Quotient 7. Leur produit 63 étant ôté de 63, il ne reſte rien, & la diviſion ſe trouve faite.

Dividende.

6 3 | 9 Diviſeur.
0 | 7 Quotient.

En toute diviſion, le Diviſeur eſt au nombre à diviſer, comme l'unité eſt au Quotient. Dans l'operation precedente,

9 : 63 :: 1 : 7 :

Ce ſeroit encore la même choſe ſi on diſoit que le nombre à diviſer eſt au Diviſeur, comme le Quotient eſt à l'unité, c'eſt à dire que 63 : 9 :: 7 : 1

Ou bien l'unité eſt au Quotient, comme le Diviſeur eſt au nombre à diviſer.

1 : 7 :: 9 : 63

SECOND EXEMPLE.

Soit propoſé 84, qu'il faut diviſer par 7.

Ecrivez 84, & tirez des lignes ainſi qu'il eſt dit ci-devant. Examinez combien de fois 7 eſt contenu en 84 ; en commençant de gauche à droite, diſant, en 8 combien de fois 7 ; on conçoit que 7 n'eſt contenu qu'une fois en 8 ; écrivez 1 au Quotient, par lequel multipliant 7 Diviſeur, vient 7 que l'on retranche du nombre à diviſer 8, il reſte 1, que l'on écrira deſſous le 8 du nombre à diviſer, & on deſcendra enſuite le 4 du nombre à diviſer à la droite de l'unité que l'on vient de poſer ſous le 8 ; cette unité avec ce 4 deſcendu valent 14 : on dira, en 14 combien de fois le Diviſeur 7 y eſt-il contenu ? on trouve qu'il y eſt 2, que l'on poſera au Quotient ; après quoi on multipliera le Di-

viſeur 7 par le 2 du Quotient, & leur ſomme 14 étant ôtée de 14 du Dividende, il ne reſte rien. On voit que la diviſion de 84 par 7 donne au Quotient 12 ; ce nombre 12 exprime combien de fois le Diviſeur 7 eſt contenu dans le nombre à diviſer 84.

$$\begin{array}{r|l} 84 & 7 \\ \hline 14 & 12 \\ 0 & \end{array}$$

SCOLIE.

On peut faire toute Diviſion par la Souſtraction, en ôtant le Diviſeur du nombre à diviſer autant de fois qu'il y eſt contenu dans l'exemple precedent : ôtant le Diviſeur 7 de 84 nombre à diviſer, il reſte 77, deſquels ôtant 7 reſte 70, deſquels ôtant 7 reſte 63, & ainſi de ſuite, juſqu'à ce que le Diviſeur ne puiſſe ſe ſouſtraire du reſte. On trouvera 14 Souſtractions à faire : ce nombre 14 exprime combien de fois le Diviſeur eſt contenu dans le nombre à diviſer.

Cette methode deviendroit impraticable dans les grandes operations : c'eſt pourquoi on a inventé la Diviſion, laquelle n'eſt autre choſe qu'un abregé de la Souſtraction.

EXEMPLE.

Soit proposé 705078 à diviſer par 9.

On aperçoit que le premier chiffre du nombre à diviſer 7, eſt inferieur à 9 Diviſeur : par conſequent il faut prendre les deux premiers chiffres 70 du nombre à diviſer. On examinera en 70 combien de fois le Diviſeur 9 y eſt contenu : on trouvera 7 fois, écrivez 7 au Quotient, & multipliez ce 7 par le 9 Diviſeur, vient 63, leſquels ôtez de 70 il reſte 7, qu'il faut poſer ſous le zero, & deſcendre enſuite le 5 du nombre à diviſer à côté du 7 reſtant, & dites, en 75 combien de fois 9 : on trouve 8 fois que l'on écrira au Quotient à côté du 7. On multipliera ce 8 par le Diviſeur 9 leur produit : 72 étant ôté de 75, il reſtera 3 que l'on placera ſous le 5, & on deſcendra le zero du nombre à diviſer à côté de ce 3 ; dites, en 30, combien de fois 9 : on aperçoit qu'il y eſt contenu 3 fois, que l'on poſera au Quotient. Multipliez ce 3 du Quotient par le Diviſeur 9, vient 27, leſquels ôtez de 30, il reſte 3. Deſcendez le 7 à côté de ce 3 reſtant, & dites, en 37 combien de fois 9, il s'y trouve contenu 4 fois, que l'on mettra au Quotient. Puis multipliant le Diviſeur 9 par ce 4, leur produit 36 étant ôté de 37, il reſte 1 que l'on poſera deſſous le 7. Deſcendez le 8 du nombre à diviſer à côté de 1, &

dites, en 18 combien de fois 9, il y est 2, que l'on mettra au Quotient, par lesquels on multipliera le Diviseur 9; leur somme 18 étant ôtée de 18, nombre à diviser, il ne reste rien: ce qui montre qu'ayant 705078 à diviser par 9, le Quotient est 78342.

```
705078 | 9
 75    | 98342
  30
   37
    18
     0
```

S'il arrivoit qu'après avoir descendu un chiffre du nombre à diviser, le nombre qui se trouve en bas fût inferieur au Diviseur, on mettroit au Quotient un zero, & on descendroit encore du nombre à diviser le caractere qui est à côté de celui que l'on viendroit de descendre, afin d'avoir un nombre égal ou superieur au Diviseur pour pouvoir être partagé.

D'où il suit qu'il y a autant de chiffres au Quotient plus un, que l'on a descendu de differentes fois du nombre à diviser: c'est ce qui fait qu'on voit dans l'operation precedente que le Quotient a 5 chiffres, & que l'on n'en a descendu que 4 du nombre à diviser.

Lorsqu'il y a plusieurs chiffres au Diviseur, la division est plus difficile à cause des differens tatonnemens, qui sont d'autant plus em-

baraſſans que le premier chiffre du Diviſeur eſt petit, & le ſecond grand.

Exemple d'une diviſion où il y a pluſieurs Chiffres au Diviſeur.

On propoſe à diviſer 17463 par 54.

Placez comme dans la Diviſion ſimple 17463 nombre à diviſer, & le Diviſeur 54 à côté & au deſſus du Quotient; dites, en 17 combien de fois 5, il s'y trouve 3, écrivez 3 au Quotient, & multipliez tout le Diviſeur par le Quotient 3, & ôtez le produit du nombre à diviſer. Pour cet effet, dites, 3 fois 4 font 12, que l'on ôtera du 4 placé à côté de 17, (parceque 17 ſont reſervés pour le 5, premier chiffre du Diviſeur) leſquels ôtés de 14 reſte 2 que l'on poſera ſous le 4, & on retiendra une dixaine que l'on a été obligé d'emprunter pour l'ajouter à 4, afin d'avoir un nombre duquel on puiſſe ôter 12; dites enſuite, 3 fois 5 font 15, & une dixaine de retenue font 16, leſquels ôtez de 17 reſte 1, que l'on écrira ſous le 7. Deſcendez le 6 du nombre à diviſer à côté du 2, pour avoir 126 à diviſer par le même Diviſeur 54; & dites, en 12 combien de fois 5, il s'y trouve 2 fois, que l'on poſe au Quotient. Multipliez ce 2 par 4 vient 8 que l'on ôte de 16: il reſte 8, leſquels on mettra ſous le 6, & on retiendra la dixaine empruntée, pour l'ajouter à 10 produit de 5 par 2: vient 11, leſquels ôtez de 12,

il reste 1, que l'on posera sous le 2; descendez le 3 auprès du 8, pour avoir 183 nouveau nombre à diviser. Dites, en 18 combien de fois 5, on trouvera 3 que l'on posera au Quotient. Multipliez ce Quotient 3 par 4, vient 12 que l'on ôtera de 13: il reste 1, que l'on écrira dessous le 3; ensuite 3 fois 5 font 15, & 1 de retenu font 16 que l'on ôtera de 18: il reste 2. Dites de même après avoir descendu le 6 à côté de 1, en 21 combien de fois 5, il s'y trouve 4 fois, que l'on marquera au Quotient. Puis multipliant 4 par 4 & leur somme 16 étant ôtée de 16, il ne reste rien, & retenez 1 dixaine. Enfin multipliez 4 par 5 & à leur produit 20 ajoutez la dixaine de retenue, vient 21, qui ôtez de 21, il ne reste rien.

Le Quotient 3234 marque le nombre de fois que le Diviseur 54 est contenu dans le nombre à diviser 174636.

```
174636 | 54
 126   | 3234
  183
   216
    00
```

Il ne suffit pas dans la Division de considerer combien le premier chiffre du Diviseur est contenu dans le premier ou les 2 premiers du nombre à diviser, il faut encore avoir égard à ceux qui suivent le premier chiffre

du Diviſeur, & faire en ſorte que celui que l'on met au Quotient étant multiplié par tout le Diviſeur, leur produit ſe puiſſe ôter du nombre à diviſer.

Exemple d'une Diviſion où il y a trois chiffres au Diviſeur.

Soit propoſé de diviſer 170567 par 198.

Avant que de commencer l'operation, on doit apercevoir que les trois premiers chiffres du nombre à diviſer ſont inferieurs au Diviſeur, par conſequent qu'il en faut prendre 4 du nombre à diviſer, c'eſt-à-dire prendre 17 du nombre à diviſer pour le premier caractere du Diviſeur. On examinera en 1705, combien de fois le Diviſeur 198 eſt contenu; pour cet effet, dites, en 17 combien de fois 1, on voit qu'il y eſt naturellement contenu 17 fois; mais comme on ne peut jamais mettre plus de 9 au Quotient, on examinera ſi 9 peut y entrer. Pour le connoître, multipliez 9 par 1 du Diviſeur, & leur produit étant ôté de 17, il reſte 8, leſquels joints au zero ſuivant, font 80. Multipliez enſuite ce Quotient ſuppoſé 9, par le ſecond chiffre du Diviſeur 9, vient 81, leſquels on ne peut ôter de 80 : d'où on conclura que 9 eſt un nombre trop grand, puiſque 9 fois le Diviſeur excede 17051. Suppoſons 8 au Quotient, multipliant ces 8 ſuppoſez par 1 Diviſeur, vient 8, leſquels ôtez de 17 reſte 9, qui joints au

zero ſuivant ſont 90. Multipliant 8 Quotient ſuppoſé par 9 ſecond chiffre du Diviſeur, vient 72 que l'on peut ôter de 90, & ce qui reſte joint au ſuivant, excede ce Quotient multiplié par le dernier chiffre du Diviſeur: par conſequent on mettra 8 au Quotient. Multipliez ce Quotien 8 par le 8 du Diviſeur, vient 64, leſquels ôtez de 65, il reſte 1 que vous poſerez ſous le 5, & vous retiendrez 6 dixaines; enſuite multipliez le Quotient 8 par le 9 du Diviſeur, & à leur produit 72 ajoutez les 6 dixaines de retenues, vient 78: leſquels ôtez de 80 reſte 2, que vous poſerez ſous le zero, & vous retiendrez 8 dixaines. Dites enſuite, 8 fois 1 ſont 8, & 8 de retenu valent 16, qui ôtés de 17 reſte 1. Pour avoir un ſecond chiffre au Quotient, deſcendez le 6 du nombre à diviſer, & examinez en 1216 combien de fois le Diviſeur 198 y eſt contenu: pour le connoître, ſi on ſuppoſoit 7 au Quotient, on dira 7 fois 1 ſont 7, qui ôtés de 12 reſte 5, leſquels joints à l'unité ſuivante ſont 51. Enſuite multipliez le Quotient 7 ſuppoſé, par le 9 du Diviſeur, vient 63, qui excede 51; ce qui montre que le Quotient 7 eſt trop grand. Si on ſuppoſe 6 au Quotient, multipliez ce 6 ſuppoſé par 1, vient 6, leſquels ôtés de 12 reſte 6, qui valent avec l'unité ſuivante 61. Multipliez 6 par 9, leur produit 54 ſe peut bien ſouſtraire de 61: par conſequent on poſera 6 au Quotient, & on multipliera tout

le Diviſeur 198 par 6, & on ôtera leur produit de 1216 : il reſte 28. Deſcendez le 7 dernier chiffre du nombre à diviſer à côté de 28, & diviſez leur ſomme 287 par 198, ſuivant les principes ordinaires : la Diviſion étant faite il eſt reſté 89 : leſquels ne peuvent être partagés par 198, étant moindre que le Diviſeur ; à moins que l'on ne réduiſe ces 89 entiers qui reſtent en leurs moindres eſpeces. Si le nombre à diviſer eſt des livres, on convertira les 89 liv. reſtant en ſols, en les multipliant par 20 : viendra 1780 ſols, que l'on diviſera par le même Diviſeur 198, ce qui ſe fait en diſant, en 17 combien de fois 1 : ayant examiné ſelon les regles precedentes, combien il pouvoit y entrer, on a trouvé 8 fois, leſquels 8 on a poſé au Quotient dans l'ordre des ſols, & ayant ôté 8 fois le Diviſeur du nombre à diviſer 1780 ; il eſt reſté 196 ſols, leſquels on réduira en deniers en les multipliant par 12 deniers que contient un ſol : & leur ſomme 2352 étant diviſée par le même Diviſeur 198, viendra au Quotient 11, que l'on poſera dans l'ordre des deniers ; & il reſte 174 deniers, qui ne peuvent ſe diviſer par 198.

170567	198
1216	861 liv. 8 ſ. 11 d.
287	
89	
20	
1780	
196	
12	
2352	
372	
174	

S'il arrivoit qu'il ſe trouvât des ſols & deniers au nombre à diviſer, on ajouteroit les ſols du nombre à diviſer à la réduction des livres reſtantes, réduites en ſols. On ajouteroit de même les deniers du nombre à diviſer à la réduction des ſols reſtans réduits en deniers. Par exemple dans l'operation precedente, ſi le nombre à diviſer avoit eu 19 ſols 4 den. de plus, je veux dire que le Dividende eût été 170567 liv. 19 ſ. 4 den. ayant diviſé les entiers à l'ordinaire & ayant converti en ſols les 89 liv. reſtantes, vient 1780, auſquels ajoutant les 19 ſ. du Dividende vient 1799 ſ. qui étant diviſes par le Diviſeur 198, vient au Quotient 9 aulieu de 8, que l'on poſera dans l'ordre des ſols, & le reſtant 17 étant réduit en deniers, font 204, auſquels ajoutant les 4 den. du Dividende, vient 208, que l'on

l'on diviſe par le même Diviſeur 198 : le Quotient donne 1 que l'on poſe dans l'ordre des deniers ; & il reſte 10 den.

1 7 0 5 6 7 l. 19 ſ. 4 d. | 198

1 2 1 6 | 8 6 1 l. 9 ſ. 1 d.

2 8 7

8 9

1 7 9 9

0 1 7

2 0 8

1 0

SCOLIE.

On voit pour la reduction des liv. en ſols, que 10 ſont compoſés d'un 1 & d'un zero ; pour cette réduction on n'a qu'à ajouter un zero à droite & doubler les livres que l'on ſouhaite réduire en ſols. Si on a des ſols à ajouter, on mettra les unités des ſols au lieu du zero, & on retiendra la dixaine des ſols s'il y en a une, pour l'ajouter au premier nombre des unités de livres, que l'on double pour les réduire en ſols, comme l'on voit par l'operation precedente.

De la preuve de la Diviſion.

Je mettrai ici la maniere de prouver la Diviſion par la Multiplication, donnant pour exemple l'operation precedente à laquelle on n'aura qu'à ſe conformer pour toutes les autres.

Pour faire cette preuve, on multipliera le Quotient 861 liv. 9 ſ. 1 den. par le Diviſeur 198 : viendra au produit de la Multiplication 170567 liv. 18 ſ. 6 den. auſquels ajoutant 10 d. reſtans de la Diviſion, vient 170567 liv. 19 ſ. 4 den. nombre à diviſer.

On peut former cette analogie pour voir plus diſtinctement la raiſon de cette preuve 1 : 861 liv. 9 ſ. 1 $\frac{10}{198}$: : 198 : x on trouvera pour quatriéme terme proportionel le Dividende 170567 liv. 19 ſ. 4 den.

198
861 l. 9 ſ. 1 d.

6891 12- 8
77530: 17: 6÷ 1:9
86145 8 4 9:1
10-

170567 - 19 - 4

La ſeule définition de la Diviſion peut encore ſuffire pour démontrer la raiſon de cette operation : car ſuivant cette définition, le Quotient montre combien de fois le Diviſeur eſt contenu dans le nombre à diviſer. Multipliant ce Diviſeur par le nombre de fois qu'il eſt contenu dans le nombre à diviſer, leur produit ſera le Dividende.

Methode pour la Diviſion, lorſqu'il y a des zero vers la fin ou à la droite du Diviſeur.

S'il arrivoit que le Diviſeur eût un ou pluſieurs zero à main droite, on ſepareroit par

une petite ligne autant de chiffres du nombre à diviſer (commençant de droite à gauche) qu'il y a de zero au Diviſeur, & on diviſeroit les caracteres placez à droite de cette ſéparation, par les chiffres ſignificatifs du Diviſeur; le Quotient donnera comme à l'ordinaire combien de fois le Diviſeur eſt contenu dans le nombre à diviſer.

S'il n'y avoit qu'une unité pour caractere ſignificatif, comme l'unité ne diviſe point, le Quotient ſe trouveroit à la gauche de cette tranche.

EXEMPLE.

Soit donné le nombre 907565 qu'il faut diviſer par 100.

Retranchez les deux dernieres figures du Dividende à cauſe des deux zero du Diviſeur, le reſtant 9075 ſera le Quotient. Si le Dividende eſt des liv. on réduira en ſols les 65 retranchez, viendra 1300, deſquels retranchant les deux dernieres figures viendra 13 ſ. & le Quotient cherché ſera 9075 liv. 13 ſ.

9 0 7 5 | 6 5
2 0
1 3 | 0 0

Exemple d'une Diviſion, dont le Dividende eſt compoſé de livres, ſols & deniers.

Soit propoſé de diviſer 79597 l. 17 ſ. 6 den. par 100.

Tranchez deux figures à main droite, vient 795 à la gauche de cette tranche, & il reſte 97 que l'on réduira en ſols, auſquels on ajoutera 17, viendra 1957; on tranchera les deux dernieres figures, vient 19 ſols pour Quotient & il reſte 57 ſols que l'on réduira en deniers, auſquels on ajoutera le 6 du Dividende: viendra 690: tranchant les deux dernieres figures à main droite, vient 6 den. à gauche, & il reſte 90 deniers à diviſer par 100, & le Quotient cherché eſt 795 liv. 19 ſ. 6 $\frac{90}{100}$

7 9 5 | 9 7 liv. 17 ſ. 6 den.

2 0

1 9 | 5 7

1 2

6 | 9 0

On peut abreger ces ſortes d'operations en évitant de réduire les figures tranchées à main droite en leurs moindres eſpeces, ce qui ſe fait en doublant le premier caractere 6 (du premier exemple de la Diviſion, dont le Diviſeur eſt 100) à côté de la ligne qui ſépare le Quotient du reſte à diviſer, vient 12 & comptant le dernier chiffre 5 pour 1 ſ. qu'il faut ajouter aux 12 ſ. leur ſomme 13 ſols ſe poſera dans l'ordre des ſols, ce qui eſt beaucoup plus concis que par les réductions ordinaires.

On concevra la raiſon de cette abréviation, ſi on obſerve que le 6 que l'on double eſt dans l'ordre des dixaines, & que dans 10 l.

il y a 200 ſols, qui étant diviſés par 100 donnent 2 ſols au Quotient : par conſequent 6 dixaines donnent 12 ſols.

Par rapport au dernier chiffre qui reſte, on prendra toujours 5 unitez pour 1 ſol, parceque 5 liv. valent 100 ſols, qui étant diviſés par 100, donnent 1 ſol au Quotient.

Si ce dernier chiffre étoit inferieur à 5, on le réduiroit en ſols ; enſuite on examineroit combien il y a de fois 8 ſols dans ce nombre réduit en ſols, & ce qui ſe trouveroit ſeroit des deniers que l'on poſeroit dans la place qui leur convient, & cela parceque 8 ſols font environ 100 den. Il y a quelque petite erreur à cette abréviation, parceque 8 ſ. ne font pas préciſément 100 den ; mais elle ne peut jamais être d'un demi denier : ce qui n'eſt d'aucune conſideration dans la pratique.

Pour executer la ſeconde operation ſuivant la methode abregée, il faut doubler le 9 du premier caractere qui reſte à réduire en ſols, vient 18 ſols, & prenant 5 liv. des 7 reſtans pour 1 ſol que l'on ajoutera aux 18, vient 19 ſ. leſquels on poſera dans l'ordre des ſols ; il reſte 2 liv. qui valent 40 ſ. qu'il faut joindre aux 17 du Dividende, viendra 57 ſ. On examinera en 57 ſ. combien il y a de fois 8 ſ. & il s'y trouvera 7 qu'il faut poſer au Quotient dans l'ordre des deniers.

795|971 l. 17 ſ. 6 d.
Quot. 795 liv. 19 ſ. 7 d.

DES FRACTIONS.

DE'FINITIONS.

ON appelle *Fraction* quelque partie d'un certain tout, par exemple, ſi le tout étoit 20 ſols, & que l'on comparât quelque nombre de ſols à ce tout 20 ſ. comme 5 ſ. on diroit que 5 ſ. en ſeroient le quart, parceque 5 ſ. meſurent 20 ſ. par 4, ou qu'ils ſont contenus 4 fois en 20.

Si on comparoit 10 ſ. au même tout 20 ſ. on diroit que 10 ſ. en ſeroient la moitié, parceque 10 ſ. ſont contenus 2 fois en 20 ſ. & ſi on comparoit 12 ſ. à 20 ſ. on diroit que 12 ſ. en ſeroient les trois cinquiémes, parceque le cinquiéme de 20 eſt 4, & que 3 fois 4 = 12.

Si l'on comparoit ces mêmes nombres de ſols à un tout plus conſiderable, comme ſi le tout étoit un écu de 60 ſ. on diroit que 5 ſ. en ſeroient le douziéme, parcequ'il y a 5 fois 12 en 60; que 10 ſ. en ſeroient le ſixiéme, parcequ'il y a 10 fois 6 en 60: & que 12 ſ. en ſeroient le cinquiéme, parcequ'il y a 5 fois 12 en 60.

Le tout auquel on compare eſt le *Dénominateur* de la Fraction, & le nombre que l'on compare s'appelle *Numerateur*. Quand je conſidere la Fraction 5 ſ. comparés à 20 ſ.

je dis que 5 eſt le Numerateur, & 20 le Dénominateur, leſquels s'expriment ainſi $\frac{5}{20}$ ou $\frac{1}{4}$ qui veulent dire cinq vingtiémes ou un quart.

On peut auſſi conſiderer les Fractions comme provenant d'une Diviſion imparfaite. Si on diviſoit 19 par 4, le Quotient ſeroit 4, & il reſteroit 3, leſquels 3 reſtans ſeroient le Numerateur de la Fraction, & le Diviſeur 4, le Dénominateur; la Fraction provenant de cette Diviſion imparfaite ſeroit $\frac{3}{4}$, c'eſt-à-dire, trois quarts d'un certain tout de même eſpece que le Quotient, quoique l'on pourroit dire le quart de trois entiers, auſſi bien que les trois quarts d'un entier, puiſque cela reviendroit au même: car les trois quarts d'une livre ſont autant que le quart de trois livres; la premiere expreſſion eſt celle dont on ſe ſert ordinairement.

D'où il ſuit que le tout eſt conçû avoir été diviſé, (regle generale) en autant de parties égales qu'il y a d'unités au Dénominateur, c'eſt-à dire, que le tout a $\frac{2}{2}$, $\frac{3}{3}$, $\frac{4}{4}$, $\frac{5}{5}$, $\frac{12}{12}$, $\frac{20}{20}$, &c. parceque ces mots Fraction, ou Diviſion ſont ſynonimes.

Il eſt évident que quand on diviſe un nombre par lui-même, le Quotient eſt 1, quand on diviſe 4 par 4, le Quotient eſt 1: par conſequent la Fraction $\frac{4}{4}$ égale un tout ou l'entier, ainſi des autres nombres.

On voit par l'explication ci deſſus, que les Fractions peuvent avoir une infinité d'expreſ-

ſions differentes, quoique de même valeur, ce qui eſt tout le contraire des entiers. Car, par exemple, 4 ne peut avoir aucune autre expreſſion, au lieu que $\frac{1}{2}$ peut en avoir autant que l'on voudra, pourvû que le Numerateur ſoit la moitié du Dénominateur, la Fraction vaudra toujours $\frac{1}{2}$ comme $\frac{6}{12}$, $\frac{15}{30}$, &c. leſquels ſont équivalentes à $\frac{1}{2}$, ainſi qu'il eſt évident: car 6 eſt la moitié de 12, comme 1 eſt la moitié de 2, ainſi que 15 eſt la moitié de 30.

De même la Fraction $\frac{2}{3}$ peut s'exprimer par autant d'autres Fractions que l'on jugera à propos, pourvû que le Numerateur ſoit les deux tiers du Dénominateur: la Fraction ſera toujours la même ou équivalente, comme $\frac{4}{6}$ & $\frac{14}{21}$, ſont toutes Fractions équivalentes à $\frac{2}{3}$; car 2 écus partagés à trois perſonnes, ſont comme 4 écus partagés à 6, ainſi que 14 partagés à 21: donc les Fractions $\frac{2}{3}$, $\frac{4}{6}$, $\frac{14}{21}$ ſont égales ou équivalentes.

Principes generaux pour ſervir à la réduction des Fractions à moindres termes.

On connoîtra ſi un nombre a ſa moitié ſans reſte, lorſque le dernier chiffre à main droite eſt un nombre pair ou un zero. Il eſt impoſſible que le dernier chiffre à main droite ſoit un zero ou un nombre pair, & que cette ſomme n'ait ſa moitié ſans reſte, puiſque nombre ayant ſa moitié, dixaine a auſſi ſa moitié, centaine a auſſi ſa moitié ſans reſte, &c.

On connoîtra ſi un nombre a ſon tiers, ou s'il eſt meſuré par 3 ſans reſte en additionnant naturellement tous les chiffres ſignificatifs qui compoſent ce nombre : & ſi leur ſomme eſt 3, ou multiple de 3, ce nombre aura ſon tiers ſans reſte comme 7581 étant additionnés produiſent 21 multiple de 3 ; d'où je conclud que ce nombre a ſon tiers ſans reſte, qui eſt 2527.

On connoîtra ſi un nombre a ſon neuviéme ſans reſte, en additionnant ainſi que pour le tiers : & ſi leur ſomme eſt meſurée par 9 ſans reſte, on ſera aſſuré que ce nombre a ſon neuviéme comme 1476, qui étant additionnés produiſent 18 multiple de 9 : d'où je conclud que ce nombre a ſon neuviéme ſans reſte, qui eſt 164.

La raiſon des abréviations du tiers & du neuviéme eſt fondée ſur la ſeule expreſſion des nombres, & cela parceque 10 eſt égal à 3 fois 3 plus 1, 20 égale 3 fois 6 plus 2, 30 égale 3 fois 10.

De même 10 égale 9 plus 1, 20 égale 18 plus 2, 30 égale 3 fois 9 plus 3.

On connoîtra ſi un nombre a ſon quart ſans reſte, en tranchant les deux dernieres figures à main droite, & tirant le quart de ces deux figures tranchées. Si ce quart eſt ſans reſte, on conclura que toute la ſomme a ſon quart ſans reſte, & cela parceque 100 a ſon quart ſans reſte, 1000 a ſon quart ſans reſte,

&c. comme, par exemple, 568 a ſon quart exact, parceque 68 eſt meſuré par 4 ſans reſte.

Pour connoître ſi un nombre a ſon cinquiéme ſans reſte, il faut que le dernier chiffre à main droite ſoit un zero ou un 5, & en ce cas on ſera aſſuré que ce nombre a ſon cinquiéme ſans reſte, comme 705 à cauſe du dernier chiffre à main droite qui eſt 5. Il en ſeroit de même quand ce dernier chiffre auroit été un zero, & cela parceque 10 a ſon cinquiéme ſans reſte, 100 a ſon cinquiéme ſans reſte, &c.

Pour connoître ſi un nombre a ſon dixiéme ſans reſte, il faut que le dernier chiffre à main droite ſoit un zero, & cela parceque 10 a ſon dixiéme ſans reſté, de même que 100, &c.

J'aurois pû faire preceder cet axiome aux principes precedens, qui eſt que tout nombre qui meſure exactement le ſimple, meſure auſſi les multiples; tout nombre qui meſure, par exemple, 6 ſans reſte, meſure auſſi tous les multiples de 6 ſans reſte, &c.

De la Réduction des Fractions à moindres termes.

On appelle une Fraction réduite à moindres termes, lorſque le Dénominateur & le Numerateur n'ont aucune commune meſure que l'unité, comme $\frac{8}{15}$ eſt une Fraction réduite à moindres termes, parcequ'il n'y a aucun nombre que l'unité qui meſure exacte-

ment le Numerateur & le Dénominateur ; on conçoit que le Numerateur 8 a ſa moitié, ſon quart, & ſon huitiéme ſans reſte : mais le Dénominateur 15 n'a ni ſa moitié, ni ſon quart, ni ſon huitiéme ſans reſte. L'on voit de même que le Dénominateur 15 a ſon tiers, ſon cinquiéme & ſon quinziéme ſans reſte ; mais le Numerateur 8 n'a ni ſon tiers, ni ſon cinquiéme, ni ſon quinziéme ſans reſte, ce qui démontre que la Fraction $\frac{8}{15}$ ne peut avoir une plus petite expreſſion qui lui ſoit égale : par conſequent la Fraction $\frac{8}{15}$ eſt une Fraction réduite à moindres termes.

Soit propoſé la Fraction $\frac{30}{45}$ à réduire à moindres termes.

On obſervera, ſelon les regles du cinquiéme, que le Numerateur 30 & le Dénominateur 45 finiſſent par un zero & par un 5 : d'où on conclura que cette Fraction peut avoir une expreſſion plus ſimple qui ſera équivalente à $\frac{30}{45}$, & cela parceque 30 eſt meſuré par 5 ſans reſte, auſſi bien que 45. Si on prend le cinquiéme du Numerateur 30 & du Dénominateur 45, viendra $\frac{6}{9}$ pour nouvelle Fraction équivalente a $\frac{30}{45}$, puiſque 6 ſont les deux tiers de 9, comme 30 ſont les deux tiers de 45.

On remarquera enſuite que le Numerateur 6 & le Dénominateur 9 ſont encore meſurés par 3 ſans reſte, ſelon la regle du tiers. Prenant le tiers du Numerateur, & le tiers du

Dénominateur, vient pour Fraction réduite à ſes moindres termes $\frac{2}{3} = \frac{30}{45}$.

AUTRE METHODE

Pour réduire les Fractions à moindres termes par le moyen du plus grand Diviſeur commun entre le Numerateur & le Dénominateur.

ON peut réduire les Fractions à moindres termes par une methode plus generale, qui eſt de diviſer le Dénominateur de la Fraction à réduire par ſon Numerateur, & ce Numerateur par ce qui reſte, & ce ſecond reſte par le troiſiéme, ainſi de ſuite juſqu'à ce que l'on ait trouvé un Diviſeur exact (lequel eſt le plus grand Diviſeur commun qu'il ſoit poſſible) ce Diviſeur ſera le nombre qui meſurera ſans reſte le Numerateur & le Dénominateur.

Reprenons la Fraction $\frac{30}{45}$, diviſant le Dénominateur 45 par le Numerateur 30, & ſans avoir égard au Quotient qui eſt 1, diviſant le Numerateur 15 par ce qui reſte de cette diviſion 15, le Quotient eſt exact, & ce qui prouve que 30 & 45 ſont meſurés par 15. Prenant le quinziéme de 30 & de 45, vient 2 & 3, c'eſt-à-dire $\frac{2}{3} = \frac{30}{45}$.

Soit proposé la Fraction $\frac{216}{960}$ à réduire à moindres termes.

Divisez le Dénominateur 960 par le Numerateur 216, le Quotient est 4 & il reste 96; divisez le Numerateur 216 par 96, le Quotient est 2, & il reste 24; divisez ensuite 96 par 24, le Quotient est exact, ce qui montre que le Numerateur & le Dénominateur sont mesurés par 24. Prenant le vingt-quatriéme de 216 & de 960, vient pour Fraction réduite à moindres termes $\frac{9}{40} = \frac{216}{960}$.

SCOLIE.

Quand on divise le Numerateur & le Dénominateur par le même nombre, la Fraction est toujours la même. Divisant 216 par 24, le Quotient est 9, & divisant le Dénominateur 960 par le même nombre 24, le Quotient est 40, donc $\frac{9}{40} = \frac{216}{960}$.

Lorsqu'en divisant le Dénominateur par le Numerateur, & ce Numerateur par le reste, &c. on continue l'operation, ainsi qu'il est dit ci-devant, on trouve pour dernier Diviseur l'unité. La Fraction étoit déja réduite à moindres termes, comme $\frac{7}{16}$ est une Fraction réduite; car divisant le Dénominateur 16 par le Numerateur 7, le Quotient est 2, & il reste 2: divisant le Numerateur 7 par le restant 2, vient au Quotient 3 & il reste 1 pour Diviseur, lequel montre qu'entre 7 & 16 il n'y a aucune partie commune que l'unité.

S'il ſe trouvoit des zero au Numerateur & au Dénominateur, il faudroit les effacer en même nombre, tant au Numerateur qu'au Dénominateur.

Soit donnée, par exemple, la Fraction $\frac{1900}{5100}$ retranchant deux zero, tant du Numerateur que du Dénominateur, la Fraction ſe réduit à celle de $\frac{19}{51}$, car 19 : 51 : : 1900 : 5100.

Methode pour donner aux Fractions un Numerateur ou un Dénominateur quelconque.

Soit propoſé de donner à la Fraction $\frac{8}{15}$ le Numerateur 32.

Formez cette Analogie, comme le Numerateur 8 eſt au Dénominateur 15; ainſi le Numerateur propoſé 32 eſt à un quatriéme terme proportionnel 60 qui ſera le Dénominateur de la Fraction nouvelle équivalente à $\frac{8}{15}$ qui eſt $\frac{32}{60} = \frac{8}{15}$

$$8 : 15 : : 32 : x$$

$$\begin{array}{r} 15 \\ \hline 480 \end{array}$$

$$8x = 480$$

$$x = 60$$

Soit propoſée la même Fraction $\frac{8}{15}$ que l'on deſire changer en une autre Fraction équivalente, laquelle ait pour Dénominateur 45.

Dites, comme le Dénominateur 15 eſt à ſon Numerateur 8; ainſi le Dénominateur propoſé 45 eſt à ſon Numerateur cherché 24, viendra

viendra la Fraction équivalente $\frac{24}{45} = \frac{8}{15}$ ainſi des autres.

$$15 : 8 :: 45 : x$$

$$15x = 360$$

$$x = 24$$

Si on vouloit réduire des entiers en Fractions, on écriroit l'unité pour Dénominateur de ces entiers, & les entiers ſeroient réduits en Fractions : par exemple, 4 entiers ſont réduits en Fractions en écrivant l'unité deſſous ce 4 en cette ſorte $\frac{4}{1}$.

Si on ſouhaitoit donner un autre Dénominateur aux entiers que l'unité, il faudroit multiplier ces entiers par le Dénominateur propoſé, & écrire ce Dénominateur au deſſous du produit de cette Multiplication.

On propoſe de réduire 4 entiers en Fractions, dont le Dénominateur ſoit 3.

Multipliez 4 par 3, & deſſous leur produit 12 écrivez le Dénominateur 3, viendra la Fraction $\frac{12}{3} = 4$ entiers.

DE LA RE'DUCTION DES FRACTIONS A MÊME DE'NOMINATION.

AXIOME.

TOut nombre qui eſt meſuré ſans reſte par un multiple, eſt auſſi meſuré ſans reſte par toutes les parties aliquotes de ce multiple. Tout nombre qui eſt meſuré par 12 ſans reſte, eſt auſſi meſuré par 2, 3, 4, & 6 ſans reſte; parceque ces nombres ſont des ſoûmultiples ou parties aliquotes de 12; ainſi des autres nombres multiples.

Pour réduire des Fractions à même dénomination, c'eſt-à-dire donner à ces Fractions un même Dénominateur, le plus petit qu'il ſoit poſſible, on cherchera la plus grande commune meſure entre ces Dénominateurs des Fractions à réduire à même dénomination.

On appelle plus grande commune meſure le plus grand nombre poſſible, qui meſure exactement les Dénominateurs des Fractions, que l'on veut réduire à même dénomination.

EXEMPLE.

Les deux Fractions $\frac{5}{8}$ & $\frac{7}{12}$ *ſont propoſées à réduire en même dénomination.*

Pour cet effet, cherchez la plus grande commune meſure entre les deux dénominateurs 8 & 12, vous trouverez 4, pour le plus grand nombre poſſible, qui diviſe exactement 8 & 12 : diviſant l'un ou l'autre de ces Dénominateurs par 4, & multipliant le Quotient par le Dénominateur qui n'a pas été diviſé, le produit qui naîtra de cette multiplication ſera le plus petit nombre poſſible qui eſt meſuré ſans reſte par les deux Dénominateurs 8 & 12.

Si on diviſe le Dénominateur 8 par 4 (plus grande commune meſure) viendra 2 au Quotient, qui étant multiplié par l'autre Dénominateur 12, on aura 24 pour le plus petit nombre poſſible, qui meſure exactement 8 & 12.

$$\frac{5}{8} \quad \frac{7}{12} \quad \frac{24}{}$$
$$2$$

Pour donner aux deux Fractions $\frac{5}{8}$ & $\frac{7}{12}$ le Dénominateur commun 24, dites, pour réduire la Fraction $\frac{5}{8}$, ſont à 5 comme 24 ſont à un quatrième terme proportionel 15, & la Fraction $\frac{15}{24}$ eſt équivalente à $\frac{5}{8}$.

$$8 : 5 :: 24 : x$$

$$8x = \frac{5}{120}$$

$$x = 15$$

$$\frac{15}{24} = \frac{7}{8}$$

Dites de même, pour réduire la Fraction $\frac{7}{12}$: comme 12 ſont à 7, ainſi 24 ſont à 14 Numerateur de la Fraction réduite, & vous aurez $\frac{14}{24}$ équivalente à $\frac{7}{12}$.

$$12 : 7 :: 24 : x$$

$$12x = 168$$

$$x = 14$$

$$\frac{14}{24} = \frac{7}{12}$$

On peut ſe ſervir de cette autre methode pour réduire les Fractions en d'autres qui leur ſoient équivalentes.

Diviſez le Dénominateur commun 24 par le Dénominateur de la Fraction à réduire, & multipliez le Quotient par le Numerateur de cette Fraction, viendra le Numerateur de la Fraction nouvelle, dont le Dénominateur eſt 24.

Pour réduire la Fraction $\frac{5}{8}$ en une autre Fraction, dont le Dénominateur ſoit 24, diviſez 24 par 8, & multipliez le Quotient 3 par 5, viendra 15 pour Numerateur, dont 24 eſt le Dénominateur, & la Fraction $\frac{15}{24} = \frac{5}{8}$: ce qui eſt evident, puiſque 15 ſont triples de 5 comme 24 ſont triples de 8.

Faites de même pour la Fraction $\frac{7}{12}$: diviſez 24 par 12, le Quotient 2 étant multiplié par le Numerateur 7 vient 14, dont 24 eſt le Dénominateur, c'eſt-à-dire $\frac{14}{24}=\frac{7}{12}$, & les Fractions $\frac{5}{8}$ & $\frac{7}{12}$ ſont équivalentes aux Fractions $\frac{15}{24}$ & $\frac{14}{24}$, leſquelles, comme on voit, ont 24 pour Dénominateur commun.

Si on avoit les trois Fractions $\frac{7}{8}$, $\frac{5}{9}$, $\frac{11}{12}$ à réduire à même dénomination, on chercheroit la plus grande commune meſure entre les Dénominateurs 8, 9, 12, en les comparant deux à deux : par exemple, on chercheroit la plus grande commune meſure entre les Dénominateurs 9 & 12, & on trouveroit que 3 les meſure exactement : on effaceroit le Dénominateur 9 après l'avoir diviſé par 3, & on poſeroit le Quotient 3 deſſous le 9. On cherchera enſuite quelle eſt la plus grande commune meſure entre les Dénominateurs 8 de la Fraction $\frac{7}{8}$ & le même Dénominateur 12, on voit que c'eſt 4 qui les meſure ſans reſte. On prendra le quart de 8 qui eſt 2, que l'on poſera deſſous ce même 8 après l'avoir effacé, il reſte 2, 3 & 12 pour generateur du Dénominateur commun qu'il faut multiplier l'un par l'autre, & leur produit 72 ſera le Dénominateur commun le plus petit qu'il ſoit poſſible, qui puiſſe ſe diviſer ſans reſte par 8, 9, & 12.

Remarquez qu'il faut avoir égard dans ces ſortes d'operations au Dénominateur qui a le plus de parties aliquotes, afin de le conſerver

preferablement aux autres, à cauſe qu'il eſt commenſurable à un plus grand nombre de Dénominateurs, c'eſt pour cela que nous avons conſervé 12.

Pour donner aux trois Fractions $\frac{7}{8}, \frac{5}{9}, \frac{11}{12}$ le même Dénominateur commun 72 ſuivant la ſeconde methode, on examinera en 72 Dénominateur commun, combien de fois le Dénominateur de la Fraction à réduire y eſt contenu; ſi c'eſt la Fraction $\frac{7}{8}$, on dira en 72 combien de fois 8, on voit qu'il y eſt contenu 9 fois, on multipliera le Numerateur 7 par 9; leur produit 63 ſera le Numerateur de la Fraction nouvelle, & 72 eſt le Dénominateur de cette Fraction $\frac{63}{72} = \frac{7}{8}$. Pour donner à la Fraction $\frac{5}{8}$ le Dénominateur 72, cherchez en 72 combien de fois 9, on trouvera 8 fois, qui étant multiplié par le Numerateur 5, vient $\frac{40}{72} = \frac{5}{9}$.

Pour réduire la Fraction $\frac{11}{12}$ au même Dénominateur 72, dites en 72 combien de fois 12, vous trouverez 6, leſquels étant multipliez par le Numerateur 11, vient $\frac{66}{72} = \frac{11}{12}$. Et les trois Fractions $\frac{7}{8}, \frac{5}{9}, \frac{11}{12}$ ſont changées en ces trois autres $\frac{63}{72}, \frac{40}{72}, \frac{66}{72}$.

DE L'ADDITION DES FRACTIONS.

POur faire cette operation il faut chercher un Dénominateur commun qui ſoit meſuré ſans reſte par tous les Dénominateurs des Fractions que l'on ſouhaite ajouter enſemble. Après avoir trouvé ce Dénominateur commun le plus petit qu'il ſoit poſſible, on evaluera toutes ces Fractions à additionner ſuivant ce Dénominateur commun; enſuite on ajoutera enſemble tous les Numerateurs des Fractions à additionner; on diviſera leur ſomme par ce Dénominateur commun, & le Quotient donnera la valeur des Fractions que l'on cherchoit.

EXEMPLE.

Soient propoſées les Fractions $\frac{7}{8}, \frac{5}{6}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{5}{12}$ *à ajouter enſemble, c'eſt-à-dire qu'il faut trouver une ſomme qui exprime la juſte valeur de toutes ces Fractions.*

On commencera par chercher le Dénominateur commun le plus petit qu'il ſoit poſſible, qui meſure exactement tous les Dénominateurs des Fractions à ajouter enſemble. Pour le trouver on dira: tout nombre qui ſe diviſe bien par 12 ſans reſte (Dénominateur

de la Fraction $\frac{5}{12}$ ſe diviſe bien par les Dénominateurs 2, 3, 4, & 6 ſans reſte, puiſque 12 eſt multiple de tous ces nombres. On effacera 2, 3, 4, 6 : on remarquera qu'il reſte 8 & 12, Dénominateurs des Fractions $\frac{7}{8}$, $\frac{5}{12}$, leſquels ne ſont point effacez ; on cherchera la plus grande commune meſure entre 8 & 12, ainſi que nous avons dit ailleurs, & on trouvera 24 pour Dénominateur commun le plus petit qu'il ſoit poſſible, qui eſt meſuré ſans reſte par tous les Dénominateurs des Fractions à additionner.

On évaluera toutes ces Fractions ſelon ce Dénominateur commun 24, ainſi que l'on voit par l'operation ſuivante, & on ajoutera tous ces Numerateurs enſemble : leur ſomme 97 étant diviſée par le Dénominateur commun 24, viendra au Quotient $4\frac{1}{24}$ pour la ſomme de toutes les Fractions propoſées.

$$\frac{7}{8}\ \frac{5}{6}\ \frac{2}{3}\ \frac{1}{2}\ \frac{3}{4}\ \frac{5}{12} \qquad \frac{24}{}$$

$$\frac{21}{24}, \frac{20}{24}, \frac{16}{24}, \frac{12}{24}, \frac{18}{24}, \frac{10}{24}.$$

La raiſon pour laquelle on diviſe par 24, Dénominateur commun eſt fondée ſur ce que l'entier a autant de parties qu'il y a d'unités au Dénominateur.

On peut ſe diſpenſer de marquer les Dénominateurs des Fractions réduites, comme ils le ſont dans l'operation precedente. Pour cet effet on écrira ſeulement le Numerateur

de chaque Fraction réduite deſſous le Dénominateur commun 24, ce qui abrege beaucoup le calcul: on en mettra ici l'operation tout au long, afin que le Lecteur s'y conforme pour l'execution.

24	
21	
20	
16	
12	
18	
10	
97	$4\frac{1}{24}$
1	

S'il y avoit des Entiers & Fractions à additionner, on retiendroit les 4 entiers provenans des Fractions pour les ajouter aux entiers, & on poſeroit la Fraction $\frac{1}{24}$ à côté des entiers, ce qui n'a aucune difficulté, c'eſt pourquoi on n'en mettra point d'exemple particulier.

Autre addition des Fractions plus compoſée que la precedente.

On propoſe les Fractions $\frac{5}{9}$, $\frac{7}{16}$, $\frac{8}{15}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{7}{10}$, $\frac{5}{12}$, $\frac{9}{20}$, $\frac{5}{8}$, $\frac{1}{2}$, deſquelles on deſire ſçavoir la valeur.

Pour faire cette operation, on cherchera un Dénominateur commun, c'eſt-à-dire qu'il faut trouver un nombre le plus petit qu'il ſoit poſſible, qui meſure ſans reſte tous les

Dénominateurs des Fractions propoſées, lequel ſe trouve en diſant : tout nombre qui ſe diviſe bien ſans reſte par 12, Dénominateur de la Fraction $\frac{5}{12}$, ſe diviſe bien auſſi par 4, 6, 2. Dénominateurs des Fractions $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{2}$. On effacera les Dénominateurs 4, 6, 2; enſuite on dira : tout nombre qui ſe diviſe bien ſans reſte par le Dénominateur 16 de la Fraction $\frac{7}{16}$, ſe diviſe bien par le Dénominateur 8 de la Fraction $\frac{5}{8}$: effacez le 8, Dénominateur de la Fraction $\frac{5}{8}$. De même tout nombre qui ſe diviſe bien par le Dénominateur 20 de la Fraction $\frac{9}{20}$ ſe diviſe bien par 10 & par 5 : effacez 10 & 5, Dénominateurs des Fractions $\frac{7}{10}$ & $\frac{1}{5}$.

Il reſte les Fractions $\frac{5}{9}$, $\frac{7}{16}$, $\frac{8}{15}$, $\frac{5}{12}$, $\frac{9}{20}$, dont les Dénominateurs ne ſont pas effacez : on cherchera la plus grande commune meſure entre ces Denominateurs, par exemple entre 15 & 20, dont la plus grande commune meſure eſt 5. Prenant le cinquiéme de 15, vient 3 que l'on écrira ſous le 15 après l'avoir effacé, enſuite la plus grande commune meſure entre 12 & 20 eſt 4, on prendra le quart de 20 qui eſt 5, & on effacera 20, & on écrira 5 ſous le Denominateur 20. De même la plus grande commune meſure entre 12 & 16 eſt 4, on prendra le quart de 16, qui eſt 4, que l'on marquera ſous le 16 après l'avoir effacé; dites encore : la plus grande commune meſure entre 12 & 9 eſt 3 : prenez le tiers de 9

qui eſt 3, écrivez 3 deſſous ce 9, aprés l'avoir effacé.

Pour avoir un Dénominateur commun le plus petit qu'il ſoit poſſible, il faut multiplier tous les caracteres qui ne ſont point effacez & qui ſont dans l'ordre des Dénominateurs; viendra au produit le Dénominateur commun, le plus petit qu'il ſoit poſſible, qui ſoit meſuré ſans reſte par tous les Dénominateurs des Fractions à additionner.

Multipliant 5 par 12 vient 60 que l'on multipliera par 3 pour avoir 180, leſquels il faut multiplier par 4; vient 720 qu'il faut encore multiplier par 3, & ce produit 2160 ſera le plus petit Dénominateur commun aux Fractions à réduire à même dénomination.

On en fera la réduction en diviſant ce Dénominateur commun 2160 par chaque Dénominateur des Fractions à réduire, & en multipliant le Quotient par le Numerateur de cette Fraction, le produit qui naîtra de cette Multiplication ſera le Numerateur équivalent de cette Fraction, dont le Dénominateur eſt 2160.

Pour réduire la premiere Fraction $\frac{5}{9}$, il faut prendre la neuviéme partie de 2160, viendra 240 que l'on écrira à côté du Dénominateur commun: enſuite on multipliera ces 240 par 5 Numerateur de la Fraction $\frac{5}{9}$, viendra 1200 que l'on poſera ſous le Dénominateur 2160.

Faites la même choſe pour toutes les au-

tres Fractions, & additionnez enſuite tous les Numerateurs reduits placez ſous ce Denominateur commun, leur ſomme 13251 étant diviſee par le Denominateur commun 2160, le Quotient eſt $6\frac{97}{720}$

Il reſte 291 à diviſer par 2160: cette Diviſion ou cette Fraction $\frac{291}{2160}$ ſe réduit à celle de $\frac{97}{720}$: par conſequent le Quotient eſt $6\frac{97}{720}$.

5	7	8	1	3	5	3	1	5	9	5	1
9	16	18	3	4	6	8	10	12	20	8	12
3	4	3						- 5			

2160		12
1200	240	5
945	135	60
1152	144	3
720	540	180
1620	360	4
1800	432	720
1296	180	3
216	108	2160
900	270	
972		
1350		
1080		
13251	$6\frac{97}{720} = x$	
291		

La preuve de l'Addition des Fractions ſe peut faire en doublant ou triplant le Denominateur commun qui a ſervi pour la regle, & évaluer toutes les Fractions de l'Addition ſuivant ce nouveau Dénominateur double ou triple, aſſembler tous les Numerateurs évalués ſur ce nouveau Dénominateur: leur ſomme doit être double ou triple de l'Addition des Numerateurs de la Regle.

EXEMPLE.

Doublant le Dénominateur 24 de la premiere operation, vient 48 pour Dénominateur de la preuve.

Evaluez les Fractions ſuivant ce Dénominateur double 48, & aſſemblant tous ces Numerateurs évaluez ſur ce nouveau Denominateur 48, leur ſomme 194 étant double de 97, comme 48 ſont double de 24, demontre que la premiere operation eſt bien faite.

48
42
40
32
36
24
20
194

Si au lieu de 48 double de 24, on avoit pris 72 triple de 24, & que l'on eût additionné tous les Numerateurs évalués ſur ce Dénominateur triple, il ſeroit venu 291 triple de 97, ainſi que 72 ſont le triple de 24.

DE LA SOUSTRACTION DES FRACTIONS.

POur faire l'operation de la Souſtraction des Fractions, on cherchera un Dénominateur commun aux Fractions propoſées, le plus petit qu'il ſoit poſſible; enſuite on réduira ces Fractions en même dénomination, on ôtera la Fraction à ſouſtraire de l'autre; le reſte donnera la difference des deux Fractions.

EXEMPLE.

On ſuppoſe que l'on ait vendu 17 aunes $\frac{3}{4}$ d'une Piece qui en contenoit 26 $\frac{5}{6}$: on demande ce qu'il en reſte au Marchand?

Poſez 17 $\frac{3}{4}$ deſſous 26 $\frac{5}{6}$, réduiſez les Fractions $\frac{5}{6}$ & $\frac{3}{4}$ en même dénomination, vous aurez $\frac{5}{6} = \frac{10}{12}$ & $\frac{3}{4} = \frac{9}{12}$; ôtez $\frac{9}{12}$ de $\frac{10}{12}$ il reſte $\frac{1}{12}$ que vous poſerez ſous les Fractions. Enſuite vous retrancherez 17 de 26, & la difference cherchée ſe trouvera de 9 $\frac{1}{12}$.

de $26\frac{5}{6} = \frac{10}{12}$
ôtez $17\frac{3}{4} = \frac{9}{12}$
reſte $9\frac{1}{12}$

S'il arrivoit que la Fraction à ſouſtraire fût plus grande que l'autre, il faudroit emprunter un entier ſur le caractere ſignificatif qui precede cette Fraction inferieure, lequel entier on convertiroit en Fraction de même eſpece que les Fractions réduites à même dénomination. Cet entier emprunté ſe diviſera en autant de parties égales qu'il y a d'unités au Dénominateur commun ; de cet entier on retranchera la Fraction à ſouſtraire, & au reſtant on ajoutera la Fraction inferieure, & leur ſomme s'écrira ſous les Fractions non réduites, & le reſte &c.

EXEMPLE.

De 45 $\frac{7}{12}$ on voudroit retrancher 28 $\frac{13}{18}$.

Ayant réduit ces Fractions $\frac{7}{12}$ & $\frac{13}{18}$ en même Dénomination, viendra $\frac{7}{12} = \frac{21}{36}$ & $\frac{13}{18} = \frac{26}{36}$; or comme on ſe propoſe d'ôter $\frac{13}{18}$ de $\frac{7}{12}$, c'eſt-à-dire $\frac{26}{36}$ de $\frac{21}{36}$ on eſt contraint d'emprunter un entier des 45 qui precedent la Fraction $\frac{7}{12}$, à cauſe que 26 excede 21 ; lequel entier on convertira en Fraction, dont 36 ſoit le Dénominateur, c'eſt-à-dire que cet entier vaut $\frac{36}{36}$. Oſtant $\frac{26}{36}$ des $\frac{36}{36}$ empruntés, il reſte $\frac{10}{36}$, leſ-

quels étant joints au $\frac{21}{36}$ vient $\frac{31}{36}$ que l'on poſera ſous les Fractions, comme le tout ſe voit par le calcul ſuivant.

de $45\ \frac{7}{12} = \frac{21}{36}$
ôté $28\ \frac{13}{18} = \frac{26}{36}$
reſte $16\ \frac{31}{36}$

La preuve de la Souſtraction des Fractions ſe fait comme celle des entiers, en aſſemblant la difference trouvée $16\ \frac{31}{36}$ avec ce que l'on a retranché $28\ \frac{13}{18}$, vient celle de laquelle on a ſouſtrait $45\ \frac{7}{12}$.

DE LA MULTIPLICATION DES FRACTIONS.

IL y a 4 cas dans la Multiplication des Fractions; 1°. où il y a des entiers à multiplier par Fractions. 2° où il y a des Entiers & Fractions à multiplier par Fractions. 3°. où il y a des Fractions à multiplier par Fractions. 4°. où il y a des Entiers & Fractions à multiplier par Entiers & Fractions.

Premier cas. Si l'on a des Entiers à multiplier par Fractions, on prendra ſur ces Entiers les parties qui conviennent à la Fraction à multiplier, leſquelles on poſera ainſi qu'il ſe voit par l'exemple ſuivant.

On

On propoſe de multiplier 907 par $\frac{5}{6}$.

Prenez pour $\frac{3}{6}$ la moitié de 907, vient $453\frac{1}{2}$ & pour les $\frac{2}{6}$ reſtans, prenez le tiers de 907, vient $302\frac{1}{3}$, ajoutez le produit de $\frac{1}{6}$ à celui de $\frac{2}{6}$, leur ſomme $755\frac{5}{6}$ eſt le produit de 907 multiplié par $\frac{5}{6}$.

907

$\frac{5}{6}$

$453 : \frac{1}{2}$

$302\ \frac{1}{3}$

$755\ \frac{5}{6}$

Obſervez qu'il faut diviſer le Numérateur 5 de la Fraction $\frac{5}{6}$, en des parties qui meſurent exactement le Dénominateur 6; par exemple en 3 & 2. Or comme 3 eſt la moitié de 6, on prend pour $\frac{3}{6}$ la moitié du nombre à multiplier; parceque $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$: & comme 2 eſt le tiers de 6, on prend pour $\frac{2}{6}$ le tiers du nombre à multiplier, parceque $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$.

Remarquez qu'il ſeroit venu le même produit $755\frac{5}{6}$, ſi on avoit multiplié 907 par le Numérateur 5 de la Fraction $\frac{5}{6}$, & que l'on eût diviſé le produit 4535 par 6, Dénominateur de cette Fraction $\frac{5}{6}$.

On en pourra uſer de même pour toutes les autres multiplications, où il y aura des entiers à multiplier par Fractions.

Soit le même nombre 907 que l'on propoſe de multiplier par $\frac{7}{8}$.

Prenez dans le Numerateur 7 le plus grand nombre qu'il ſoit poſſible, qui meſure ſans reſte le Dénominateur 8; vous trouverez que c'eſt 4 qui meſure le Dénominateur 8 par 2: prenez pour $\frac{4}{8}$ la moitié de 907, viendra 453 $\frac{1}{2}$, ainſi qu'il eſt venu pour $\frac{3}{6}$; parceque $\frac{4}{8} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$. Il reſte encore $\frac{3}{8}$, prenez dans le Numerateur 3 le plus grand nombre qu'il ſoit poſſible, qui meſure ſans reſte le Dénominateur 8. On trouvera que c'eſt 2, lequel eſt le quart de 8: prenez pour $\frac{2}{8} = \frac{1}{4}$ le quart de 907: viendra 226 $\frac{3}{4}$, & pour le $\frac{1}{8}$ reſtant, prenez la huitiéme partie de 907, vient 113 $\frac{3}{8}$: ajoutant enſemble ces trois produits, leur ſomme 793 $\frac{5}{8}$ eſt ce que l'on cherchoit.

907 $\frac{7}{8}$

453 $\frac{1}{2}$
226 $\frac{3}{4}$
113 $\frac{3}{8}$
793 $\frac{5}{8}$

SCOLIE.

On auroit pû pour $\frac{2}{8}$ prendre la moitié du produit de $\frac{4}{8}$, & pour le $\frac{1}{8}$ reſtant la moitié du produit de $\frac{2}{8}$; parceque 2 eſt la moitié de 4, comme 1 eſt la moitié de 2.

Deuxiéme cas, où il y a des Entiers & Fractions à multiplier par Fractions.

On propoſe de multiplier 27 $\frac{3}{4}$ par $\frac{7}{12}$.

Prenez pour $\frac{6}{12} = \frac{1}{2}$ la moitié de 27 $\frac{3}{4}$, en diſant, la moitié de 27 eſt 13, & il reſte 1 que l'on réduira en quarts, lequel vaut $\frac{4}{4}$, qui ajoutés aux $\frac{3}{4}$ ſuivans ſont $\frac{7}{4}$, dont la moitié eſt $\frac{7}{8}$.

Et pour le $\frac{1}{12}$ reſtant, prenez la ſixiéme partie du produit de $\frac{6}{12}$, en diſant, le ſixiéme de 13 eſt 2, & il reſte 1 qu'il faut convertir en huitiéme, lequel en vaut 8 que l'on joindra aux $\frac{7}{8}$ ſuivans, feront $\frac{15}{8}$, dont la ſixiéme partie eſt $\frac{15}{48} = \frac{5}{16}$, on poſera $\frac{5}{16}$ ſous les Fractions.

Ajoutant 13 $\frac{7}{8}$ à 2 $\frac{5}{16}$, leur ſomme 16 $\frac{3}{16}$ eſt le produit de 27 $\frac{3}{4}$, multiplié par $\frac{7}{12}$.

$$\begin{array}{r} 27\ \frac{3}{4} \\ \hline \frac{7}{12} \\ \hline 13\ \frac{7}{8} \\ 2\ \frac{5}{16} \\ \hline 16\ \frac{3}{16} \end{array}$$

Troiſiéme cas, où il eſt propoſé de multiplier Fractions par Fractions.

Multipliez les Numerateurs enſemble pour avoir un nouveau Numerateur, & multipliez les Dénominateurs enſemble pour avoir un nouveau Dénominateur que l'on poſera ſous le nouveau Numerateur, & la multiplication

ſera faite, & exprimée par cette nouvelle Fraction.

On propoſe de multiplier $\frac{7}{12}$ par $\frac{5}{6}$.

Multipliez 7, Numerateur de la Fraction $\frac{7}{12}$, par 5, Numerateur de la Fraction $\frac{5}{6}$, & leur produit 35 ſera le nouveau Numerateur cherché. Pour avoir le Dénominateur, multipliez le Dénominateur 12 de la Fraction $\frac{7}{12}$ par 6, Dénominateur de la Fraction $\frac{5}{6}$, & leur ſomme 72 ſera le nouveau Dénominateur que l'on écrira ſous 35 : par conſequent le produit de $\frac{7}{12}$ multiplié par $\frac{5}{6}$, ſera $\frac{35}{72}$.

$$\frac{7}{12} \times \frac{5}{6} = \frac{35}{72}.$$

Quatriéme cas, où il eſt propoſé de multiplier des Entiers & Fractions par des Entiers & Fractions.

Multipliez les Entiers par les Entiers, prenez enſuite pour les Fractions d'en haut ſur les Entiers d'en bas, & pour les Fractions d'en bas ſur les Entiers d'en haut, multipliez les Fractions l'une par l'autre, & tout ſera fait.

Soit donné 95 $\frac{5}{6}$ qu'il faut multiplier par 19 $\frac{3}{4}$.

Multipliez 95 par 19, leur produit ſera 1805; prenez pour les $\frac{3}{4}$ d'en bas les $\frac{3}{4}$ de 95, en commençant par $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$, vient pour cette moitié 47 $\frac{1}{2}$, & pour le $\frac{1}{4}$ reſtant 23 $\frac{1}{4}$: prenez enſuite pour les $\frac{5}{6}$ d'en haut, les $\frac{5}{6}$ de 19 : vient pour $\frac{3}{6} = \frac{1}{2} = 9\ \frac{1}{2}$; & pour $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$, 6 $\frac{1}{3}$. Multipliez $\frac{5}{6}$

par $\frac{3}{4}$, vous aurez $\frac{15}{24} = \frac{5}{8}$: ajoutant toutes ces ſommes enſemble, leur produit 1892 $\frac{17}{24}$ eſt celui que l'on cherchoit.

$$
\begin{array}{r}
95\ \frac{5}{6} \\
19\ \frac{3}{4} \\
\hline
1805 \\
47\ \frac{1}{2} \\
23\ \frac{3}{4} - \\
9\ \frac{1}{2} \\
6\ \frac{1}{3} - \\
\frac{5}{8} \\
\hline
1892\ \frac{17}{24}
\end{array}
$$

Remarquez qu'on auroit pû faire cette Multiplication par une methode plus ſimple, en réduiſant $95\ \frac{5}{6}$ en 6me, & $19\ \frac{3}{4}$ en quarts: viendroit $\frac{575}{6}$, & $\frac{79}{4}$. Multipliant les Numerateurs l'un par l'autre, ainſi que les Dénominateurs, il ſeroit venu au produit $\frac{45425}{24} = 1892\ \frac{17}{24}$, ainſi qu'à l'operation qui en a été faite. C'eſt cette methode que l'on doit appeller Multiplication des Fractions; puiſqu'elle ſe fait effectivement par la Multiplication: au lieu que les autres s'operent par les parties aliquotes.

Il peut arriver que l'on ait pluſieurs Fractions à multiplier les unes par les autres: en ce cas on multipliera, regle generale, tous les Numerateurs enſemble, ainſi que les Dénominateurs: leur produit ſera la ſomme de la Multiplication.

Soient proposés $\frac{1}{4}, \frac{2}{3}, \frac{5}{6}, \frac{3}{5}$, *que l'on desire multiplier l'une par l'autre.*

Multipliez $\frac{3}{4}$ par $\frac{2}{3}$, & leur produit $\frac{6}{12} = \frac{1}{2}$, étant multiplié par $\frac{5}{6}$, vient $\frac{30}{72} = \frac{5}{12}$, & ce dernier produit étant multiplié par $\frac{3}{5}$, vient pour réponse à la question $\frac{90}{360} = \frac{1}{4}$.

Remarquez que l'on auroit pû abreger le calcul de cette operation, en effaçant tous les chiffres semblales, tant des Numerateurs que des Dénominateurs, & prendre la plus grande commune mesure entre les Numerateurs & les Dénominateurs qui ne sont pas effacez.

Après avoir abregé le plus qu'il est possible, on multipliera les nombres qui restent aux Numerateurs, sans être effacés les uns par les autres, de même qu'aux Dénominateurs: leur produit sera ce que l'on cherchoit.

Reprenons les mêmes Fractions $\frac{3}{4}, \frac{2}{3}, \frac{5}{6}, \frac{3}{5}$; il faut effacer 3, Numerateur de la Fraction $\frac{3}{4}$ & 3, Dénominateur de la Fraction $\frac{2}{3}$; effacez ensuite 5, Numerateur de la Fraction $\frac{5}{6}$, & 5, Dénominateur de la Fraction $\frac{3}{5}$, il ne reste plus que 2, & 3, Numerateurs des Fractions à multiplier, & aux Dénominateurs 4 & 6; dites la plus grande commune mesure entre 3, Numerateur, & 6, Dénominateur (lesquels ne sont pas effacés) est 3. Prenant le tiers du Numerateur 3, & du Dénominateur 6, vient 1 au Numerateur, & 2 au Dénominateur. Effa-

cez le 3 & le 6, & posez au lieu de 3 au Numerateur 1, & au lieu de 6, Dénominateur, posez 2. Effacez ensuite le 2, Numerateur de la Fraction $\frac{2}{3}$ & le 2, partie aliquote du Dénominateur de la Fraction $\frac{1}{6}$, il ne reste plus que 1 au Numerateur, & 4 au Dénominateur qui est le produit de cette Multiplication $\frac{1}{4}$.

$$\frac{3}{4} \quad \frac{2}{3} \quad \frac{8}{6} \quad \frac{3}{8} = \frac{1}{4}$$
$$2$$

C'est ainsi que l'on propose ordinairement ces sortes de questions, sçavoir quels sont les $\frac{3}{4}$, des $\frac{2}{3}$, des $\frac{1}{6}$, des $\frac{3}{5}$ d'un certain nombre.

Multipliez tous les Numerateurs réduits selon les principes precedens, les uns par les autres, & leurs produits étant multipliés par ce nombre donné, leur somme sera le nombre à diviser. Multipliez de même tous les Dénominateurs réduits les uns par les autres, leur produit sera le Diviseur : diviſé l'un par l'autre, le Quotient donnera les $\frac{3}{4}$ des $\frac{2}{3}$, des $\frac{1}{6}$, des $\frac{3}{5}$ de ce nombre donné.

On propose de tirer les $\frac{3}{4}$ des $\frac{2}{3}$, des $\frac{1}{6}$, des $\frac{3}{5}$, de 50 sols.

Ayant multiplié tous les Numerateurs réduits, vient 1, qui étant multiplié par 50, donne 50, & les Dénominateurs réduits étant multipliez les uns par les autres donnent 4,

par lesquels divisant 50, le Quotient 12 s. 6 d. donne les $\frac{3}{4}$ des $\frac{2}{3}$, des $\frac{5}{6}$, des $\frac{1}{5}$ de 50 sols.

Ce seroit la même chose si l'on avoit changé l'ordre des Fractions ; car le produit des Numerateurs seroit toujours le même, ainsi que des Dénominateurs.

Ces sortes d'operations ne sont d'aucune utilité : c'est pourquoi je n'en dirai pas davantage.

DE LA MULTIPLICATION

Des Marcs, Onces, Gros, &c. par livres, sols & deniers.

EXEMPLE.

ON suppose avoir acheté 54 Marcs, 5 onces, 7 gros, 1 denier, 17 grains d'argenterie, sur le pied de 67 liv. 19 s. 7 den le marc : sçavoir combien il en coutera pour le tout.

Multipliez 54 marcs par la valeur de chacun, qui est 67 liv. 19 sols 7 den. à l'ordinaire, agissez ensuite pour 5 onces, comme s'il y avoit $\frac{5}{8}$, parceque le marc se divise en 8 onces, ainsi que l'unité se divise en $\frac{8}{8}$, prenez les $\frac{5}{8}$ de la valeur du marc 67 liv. 19 s. 7 den. en commençant par $\frac{4}{8}$ ou 4 onces. La moitié de 67 l. 19 s. 7 den. qui est 33 l. 19 s. 9 den. $\frac{1}{2}$.

Pour l'once reſtante, prenez le quart du produit de 4 onces, vient 8 liv. 9 ſ. 11 den. $\frac{3}{8}$; or l'once ſe diviſe en 8 gros: on prendra pour 4 gros la moitié du produit d'une once, vient 4 liv. 4 ſ. 11 den. $\frac{11}{16}$. Pour 2 gros prenez la moitié du produit de 4 gros, vous aurez 2 l. 2 ſ. 5 $\frac{27}{32}$; & pour le gros reſtant prenez la moitié du produit de 2 gros, vient 1 l. 1 ſ. 2 $\frac{59}{64}$.

Comme le gros ſe diviſe en 3 deniers, on prendra pour 1 denier le tiers du produit d'un gros: vient 7 ſ. 0 $\frac{187}{192}$. Et pour les 17 grains reſtans, on prendra pour 12 grains la moitié du produit d'un denier: vient 3 ſols 6 $\frac{187}{384}$. Enſuite pour 4 grains, tirez le tiers du produit de 12 grains, qui eſt 1 ſol 2 $\frac{187}{1152}$, & pour le grain reſtant prenez le quart du produit de 4 grains, viendra 0 ſ. 3 d. $\frac{2491}{4608}$. Additionnant toutes ces ſommes, leur produit 3721 l. 8 ſols 0 $\frac{2267}{4608}$, ſera celui que l'on cherchoit, comme le tout ſe voit par l'operation ſuivante.

54 *marcs* 5 *onces* 7 *gros* 1 *d.* 17 *grains*
67 liv. 19 sols 7 den.

271	18	4		17 : 11
3398	19	2		
P. 4 onc. 33	19	9	$\frac{1}{2}$	
1 8	9	11	$\frac{3}{8}$	
P. 4 gros 4	4	11	$\frac{11}{16}$ -	
2 2	2	5	$\frac{27}{32}$ -	
1 1	1	2	$\frac{59}{64}$ -	
P. 1 demi	7	0	$\frac{187}{192}$ -	
P. 12 grains	3	6	$\frac{187}{384}$	
4	1	2	$\frac{187}{1152}$	
1	0	3	$\frac{2491}{4608}$ -	
3721 l.	8 s.	0	$\frac{2267}{4608}$	

La proportion de cette operation eſt, ſi 1 marc coute 67 liv. 19 ſols 7 den. combien 54 marcs 5 onces 4 gros 1 den. 17 grains ? Le quatriéme terme proportionel 3721 liv. 8 ſ. 0 $\frac{2267}{4608}$: ſera le nombre deſiré.

On peut faire l'Addition des Fractions ci-deſſus en cette ſorte, ajoutant la 1re Fraction $\frac{1}{2} = \frac{4}{8}$ aux $\frac{3}{8}$ ſuivans, vient $\frac{7}{8} = \frac{14}{16}$, qui ajoutés aux $\frac{11}{16}$ ſuivans, font $\frac{25}{16}$ qui valent 1 entier & $\frac{9}{16}$: réduiſez de même $\frac{9}{16}$ en $\frac{18}{32}$ que vous ajouterez aux $\frac{27}{32}$ ſuivans, vient $\frac{45}{32}$ qui font un entier, & $\frac{13}{32}$ que l'on réduira en $\frac{26}{64}$, qui ajoutés à la Fraction $\frac{59}{64}$ valent un entier & $\frac{21}{64}$. Continuant ainſi l'operation, on trouvera

que toutes les Fractions produiſent 5 deniers & $\frac{2267}{4608}$.

On peut ſe convaincre de l'exactitude du calcul de cette operation, en doublant la quantité des marcs, onces, gros, & en prenant la moitié du prix de chaque marc, ou bien en prenant la moitié des marcs, onces, gros, &c. & en doublant le prix de chaque marc, faiſant une Multiplication par ces nouveaux nombres, leur produit doit être 3721 liv. 8 ſ. o $\frac{2267}{4608}$, ſi les calculs ſont juſtes.

Cette methode eſt la preuve de la Multiplication par elle-même.

On peut auſſi faire la preuve par la Diviſion en formant cette Analogie : ſi 54 marcs, 5 onces, 7 gros, 1 denier, 17 grains coutent 3721 liv. 8 ſ. o $\frac{2267}{4608}$, combien 1 marc coutera-t-il ?

Pour trouver commodément le quatriéme terme proportionnel, on réduira 54 marcs, 5 onces, 7 gros, 1 denier, 17 grains en grains: viendra 251440 grains que l'on poſera au premier terme de l'Analogie. On poſera au ſecond terme 3721 l. 8 ſ. o $\frac{2267}{4608}$, & au troiſiéme terme on mettra 4608 grains que contient un marc : le quatriéme terme proportionnel donnera la valeur du marc 67 l. 19 ſ. 7 deniers.

DE LA MULTIPLICATION

Des livres, ſols & deniers, par d'autres livres, ſols & deniers.

POur faire cette operation, il faut multiplier les livres d'en haut par les livres, ſols, & deniers d'en bas; prendre pour les ſols d'en haut ſur les chiffres d'en bas, en examinant quelles parties de la livre ſont les ſols que l'on a à multiplier, comme l'on a fait pour les onces par rapport au marc. De même pour les deniers il faut prendre ſur le produit des ſols les parties convenables à ces deniers, c'eſt-à-dire les parties qui meſurent exactement les ſols multipliés. Des exemples éclairciront ces regles.

Soit propoſé de multiplier 54 liv. 16 ſols 4 den. par 19 liv. 11 ſols 7 deniers.

Placez ces ſommes l'une ſous l'autre, ainſi qu'il ſe voit: multipliez 19 liv. 11 ſols 7 den. par 54 à l'ordinaire. Des 16 ſols d'en haut prenez-en 10, & tirez la moitié de 19 livres 11 ſols 7 den. parceque 10 ſols ſont la moitié de 20 ſols: vient 9 liv. 15 ſ. 9 $\frac{1}{2}$. Des 6 ſols reſtans agiſſez pour 5 ſols qui ſont la moitié de 10 ſols. En prenant la moitié de 9 liv. 15 ſ. 9 $\frac{1}{2}$, vient 4 liv. 17 ſ. 10 $\frac{3}{4}$, & pour le ſol re-

ſtant, prenez la cinquiéme partie du produit de 5 ſ. viendra 0 liv. 19 ſ. 6 $\frac{19}{20}$. On operera pour les 4 den. en prenant le tiers du produit d'un ſol : viendra 6 ſ. 6 $\frac{19}{60}$. En aſſemblant toutes ces ſommes, leur produit ſera 1073 l. 6 ſ. 3 $\frac{31}{60}$, nombre cherché.

	541.	16 ſ.	4 d.				
	19 l.	11 ſ.	7 d.				
	78	6	4				
	978	19	2		17	11	
Pour 10 ſols	9	15	9	$\frac{1}{2}$			
5	4	17	10	$\frac{3}{4}$	-		
1	0	19	6	$\frac{19}{20}$	-		
Pour 4 deniers		6	6	$\frac{19}{60}$			
	1073	5	3	$\frac{31}{60}$			

Si on avoit des livres, ſols & deniers à multiplier par ſols & deniers, on prendroit pour les ſols & deniers ſur les livres, ſols & deniers, les parties qui conviendroient, en conſiderant quelle partie les ſols & deniers ſont de la livre & le reſte, &c.

Si on avoit ſeulement des ſols & deniers à multiplier par ſols & deniers, on examineroit quelle partie les ſols & deniers ſont de la livre, tant du nombre à multiplier que du Multiplicateur. Enſuite on multiplieroit l'un par l'autre à l'ordinaire, ſuivant l'explication des Fractions multipliées par Fractions.

Ceux qui ne conceveront pas pourquoi, par exemple, 3 ſ. 4 den. multipliés par 3 ſols 4 den. donnent à leur produit 6 den. $\frac{2}{3}$, n'auront qu'à faire attention que 3 ſ. 4 den. ſont $\frac{1}{6}$ de la livre, & que $\frac{1}{6}$ multiplié par $\frac{1}{6}$ donne $\frac{1}{36}$. Or comme la livre ſe diviſe en 240 den. ſi on prend la trente-ſixiéme partie de 240 deniers, viendra 6 $\frac{2}{3}$.

On peut réſoudre la Multiplication des livres, ſols & deniers par livres, ſols & deniers, d'une maniere plus generale: ce qui ſe fera en réduiſant en deniers le nombre à multiplier, & le Multiplicateur: & en multipliant l'un par l'autre & diviſant leur produit par 240 deniers que contient la livre, le Quotient donnera des deniers que l'on réduira en ſols & en livres à l'ordinaire.

EXEMPLE.

Suppoſons avoir 19 liv. 19 ſ. 11 den. qu'il faut multiplier par 19 liv. 19 ſ. 11 den.

Réduiſez 19 livres 19 ſols 11 deniers en deniers, viendra 4799 deniers, leſquels on multipliera par 4799 deniers, & leur produit 23030401 étant diviſé par 240 deniers, leur Quotient donnera 95960 $\frac{1}{240}$ den. leſquels étant réduits en ſols & en livres, viendra 399 liv. 16 ſols 8 $\frac{1}{240}$ deniers, pour le produit de 19 livres 19 ſols 11 deniers, multipliés par 19 livres 19 ſols 11 deniers.

191. 19 s. 11 d.

20

399

12

4799 d.

4799

4799

43191

43191

33593

19196

23030401 | 240

1439 | 95960 1/240

2304

1440

001

95960 1/240 deniers

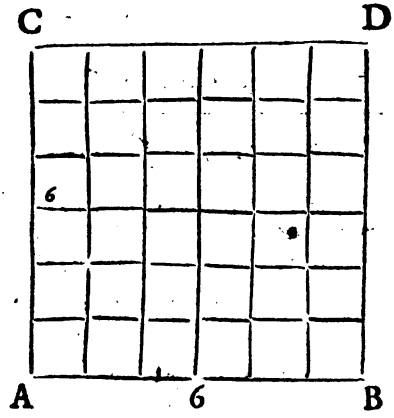
7996 s. 8 1/240

R. 3991. 16 s. 8 1/240

DU CALCUL

DES SURFACES.

LEs meſures dont on ſe ſert ordinairement, ſont *la Toiſe quarrée*, qui ſe diviſe en *36 pieds quarrés*. On meſure encore les Surfaces par *Perche*, *Chaine*, *Arpent*, *Journée*, *Boiſſelée*, *&c.* leſquelles meſures ſont differentes ſelon les differens Pays.



Si on multiple la ligne A B 6 pieds, par la ligne A C 6 pieds, vient une ſuperficie A B D C, qui contient 36 petits quarreaux d'un pied chacun pour la ſuperficie de la Toiſe quarrée.

Comme le pied ſe diviſe en 12 pouces, ſi on

on multiplie 12 par 12, viendra 144 pouces quarrés pour la ſurface du pied quarré. De même le pouce ſe diviſe en 12 lignes, par conſequent 144 lignes quarrées ſont la ſurface d'un pouce quarré.

Remarquez que des Toiſes multipliées par des pieds, donnent des rectangles d'une Toiſe de longueur ſur un pied de large.

Si on multiplie des Toiſes par des pouces, viendra des rectangles d'une Toiſe de long ſur un pouce de large.

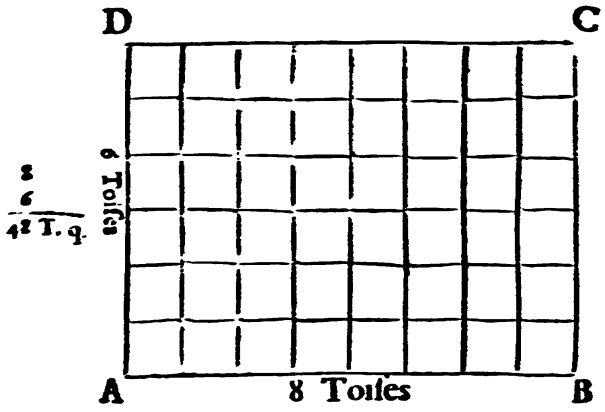
Si on multiplie des Toiſes par des lignes, viendra des rectangles d'une Toiſe de long ſur une ligne de large.

Si on multiplie des pieds par des pouces, viendra des rectangles d'un pied de long ſur un pouce de large.

Si on multiplie des pieds par des lignes, viendra des rectangles d'un pied de long ſur une ligne de large, &c.

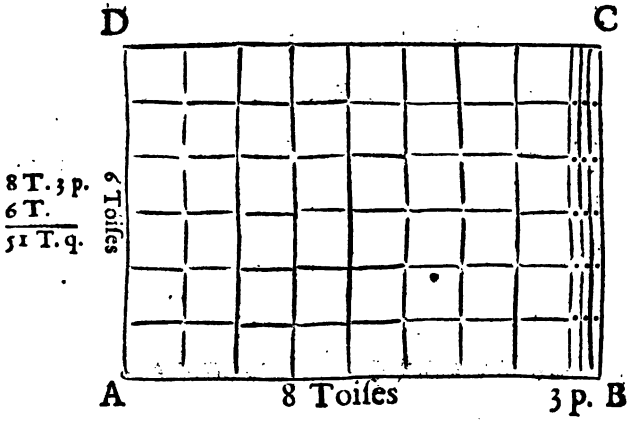
PROBLEME.

Trouver la ſurface d'un rectangle, dont la longueur A B eſt de 8 Toiſes, & la largeur A D, de 6 Toiſes.

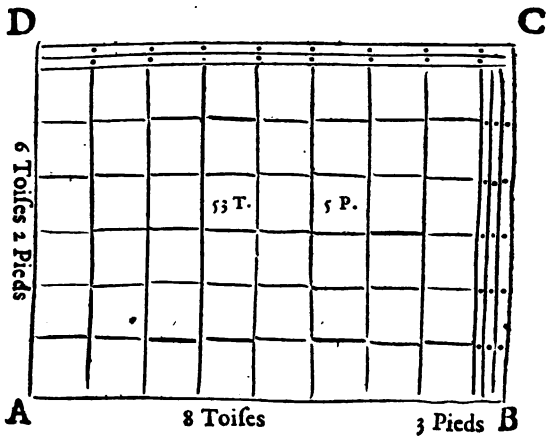


Multipliez la ligne A B 8 Toiſes, par la ligne A D 6 Toiſes, viendra la ſurface d'un parallelograme rectangle A B C D de 48 Toiſes quarrées.

Mais ſi la ligne A B avoit 8 Toiſes 3 pieds, & la ligne B C, 6 Toiſes, on multiplieroit 8 Toiſes 3 pieds par 6 : viendroit 48 Toiſes quarrées, & 18 pieds ſur une Toiſe de long, qui ſont encore 3 Toiſes quarrées : par conſequent la ſurface A B C D ſeroit 51 Toiſes quarrées.



S'il arrivoit que la ligne A D eût 6 Toiſes 2 pieds, & que la ligne A B eût 8 Toiſes 3 pieds, on multiplieroit les 8 Toiſes 3 pieds de long par les 6 Toiſes de large : viendroit 48 Toiſes quarrées & 18 pieds quarrés. On multiplieroit les 8 Toiſes de long par 2 pieds de large : viendroit 16 pieds ſur Toiſe. Enſuite multipliez les pieds par les pieds, c'eſt-à-dire 2 pieds par 3 pieds ; viendroit 6 pieds quarrés ou un pied ſur Toiſe, leſquels joints aux 16 pieds ſur Toiſe, font 17 pieds quarrés, qui ajoutés aux 18 pieds ſur Toiſe, font 35 pieds quarrés, c'eſt-à-dire 5 Toiſes quarrées & 5 pieds quarrés : par conſequent la ſurface quarrée eſt de 53 Toiſes quarrées & 5 pieds quarrés.



8 toiſes. 3 pieds
6 t. 2 p.

48 t. q. 18 p. ſur toiſe
16 p. ſur toiſe
6 p. quarrés

53 t. q. 5 p. quarrés

Il eſt neceſſaire que les angles des parallelogrames ſoient droits : car ſans cela il faudroit prendre la hauteur perpendiculaire que l'on multiplieroit par la longueur de la baſe, & le produit donneroit la ſuperficie cherchée.

Si on ſouhaitoit trouver une ſurface triangulaire, il faudroit multiplier la hauteur perpendiculaire par la baſe, & prendre la moi-

tié du produit ; parceque par la 41e du premier des Elemens d'Euclide, le triangle eſt la moitié d'un parallelograme de même baſe & de même hauteur.

Si on vouloit trouver la ſuperficie d'une eſpace circulaire, il faudroit multiplier le diametre du cercle par ſa circonference, & prendre le quart du produit ; & cela parceque la ſurface du cercle eſt égale à un rectangle ſous la moitié de ſa circonference & de ſon rayon.

DE LA MESURE DES SOLIDES.

LEs Solides ſe meſurent ordinairement en *Toiſes*, *Cubes*, & *Parties* de *Toiſe Cube*.

La Toiſe cube eſt un ſolide terminé par ſix ſurfaces égales & paralleles, dont la longueur, la largeur, & la hauteur contiennent chacun 6 pieds.

Pour avoir cette ſolidité, on multipliera la longueur 6 pieds, par la largeur 6 pieds, & leur produit 36 pieds étant multiplié par la hauteur 6, donne 216 pieds cubes, contenus de la Toiſe cube. On donne à ce ſolide le nom de parallelepipede rectangle.

D'où il ſuit que 36 ſolides d'un pied quarré & d'une toiſe de long, font 36 parallelepi-

pedes qui compoſent la toiſe cube, ou 216 pieds cubes.

Puiſque le pied quarré contient 144 pouces quarrés, le pied cube contient 1728 pouces cubes, c'eſt-à-dire 1728 petits ſolides d'un pouce chacun. De même 1728 lignes cubes compoſent le pouce cube.

Pour trouver la ſolidité de quelque corps, ſoit priſme ou parallelepipede, il faut multiplier la ſurface de la baſe par la hauteur perpendiculaire.

Mais ſi les ſolides étoient des pyramides ou des cônes, il faudroit prendre le tiers du produit de la ſurface de la baſe, multipliée par la hauteur perpendiculaire; parceque la pyramide eſt le tiers d'un priſme de même baſe & de même hauteur, par la ſeptiéme du douziéme des Elemens d'Euclide; & que le cône eſt le tiers d'un cilindre de même baſe & de même hauteur par la 10 du douziéme.

DE LA DIVISION DES FRACTIONS.

IL y a 4 cas à la Diviſion des Fractions, comme à la Multiplication, c'eſt-à-dire, 1°. Qu'il peut arriver que l'on ait des entiers à diviſer par Fractions. 2°. Que l'on ait des Entiers & Fractions à diviſer par Fractions. 3°. Que l'on ait des Entiers & Fractions à diviſer par Entiers & Fractions. 4°. Que l'on ait des Fractions à diviſer par Fractions.

PREMIER CAS. Si l'on a des Entiers à diviſer par Fractions, on réduira les Entiers en Fractions, en écrivant l'unité pour Dénominateur de ces Entiers: enſuite on changera le Numerateur du Diviſeur en Dénominateur, & le Dénominateur en Numerateur: on multipliera les Numerateurs l'un par l'autre, ainſi que les Dénominateurs, comme à la Multiplication des Fractions par Fractions, & leur produit ſera le Quotient de cette Diviſion.

EXEMPLE.

On propoſe 945 à diviſer par $\frac{5}{6}$.

Ecrivez l'unité ſous 945 en cette ſorte $\frac{945}{1}$: changez la Fraction $\frac{5}{6}$ en $\frac{6}{5}$: multipliez le Numerateur 945 par 6, & le Dénominateur 5

par 1, le Quotient $\frac{5670}{5}$ eſt le nombre cherché, lequel ſe réduit à 1134 entiers.

$$\begin{array}{r|l} \frac{945}{1} & \frac{6}{5} \\ 5670 & 5 \\ \hline 6 & 1134 \\ 17 & \\ 20 & \\ 0 & \end{array}$$

On voit que le Quotient eſt plus grand que le nombre à diviſer & le Diviſeur pris enſemble: ce qui montre que diviſer n'eſt pas toujours une diminution ſur les nombres, mais quelquefois une augmentation.

On concevra la raiſon de cette augmentation, ſi on obſerve que plus le Diviſeur eſt petit, plus le Quotient ſe trouve grand. Lors, par exemple, que l'on diviſe 945 par $\frac{5}{6}$, ſi on diviſoit 945 par 1, le Quotient ſeroit 945; mais le diviſant par une grandeur inferieure à 1, le Quotient ſera plus grand que 945. Ce rapport eſt comme 5 à 6, c'eſt-à-dire que le Numerateur du Diviſeur eſt à ſon Dénominateur, comme le nombre à diviſer eſt au Quotient. On peut faire cette Analogie pour toutes les autres Diviſions des Fractions.

DEUXIE'ME CAS. S'il y a des Entiers & Fractions à diviſer par Fractions, on réduira les Entiers & Fractions en une même Fraction, ce qui ſe fait en multipliant les Entiers par le

Dénominateur de la Fraction qui provient de ces Entiers. On ajoutera au produit, le Numerateur de cette Fraction, on culbutera la Fraction qui ſert de Diviſeur, c'eſt-à-dire qu'on changera le Numerateur en Dénominateur, & le Dénominateur en Numerateur comme au premier cas. Enſuite on multipliera les Numerateurs enſemble, ainſi que les Dénominateurs : la Fraction qui naîtra de cette Multiplication ſera le Quotient de la Diviſion.

EXEMPLE.

Soit propoſé $75\frac{3}{4}$ *à diviſer par* $\frac{5}{9}$.

Réduiſez 75 en quarts, viendra $\frac{300}{4}$, auſquels ajoutant 3, Numerateur de la Fraction $\frac{3}{4}$, on aura $\frac{303}{4}$ pour Fraction à diviſer : changez la Fraction du Diviſeur $\frac{5}{9}$ en $\frac{9}{5}$: multipliez les Numerateurs l'un par l'autre, viendra 2727 pour Numerateur du Quotient. Multipliez 5 par 4, vient 20 pour Dénominateur, & le Quotient cherché eſt $\frac{2727}{20}$.

$$\begin{array}{r} 75\ \frac{3}{4} \\ 4 \\ \hline 300 \\ 3 \\ \hline 303 \end{array} \qquad \frac{303}{4} \quad \frac{9}{5}$$

$\frac{2727}{20}$ Quotient.

TROISIE'ME CAS. Si l'on a des Entiers & Fractions à diviſer par Entiers & Fractions, on convertira tout en Fractions, ſçavoir les Entiers du nombre à diviſer & du Diviſeur, en donnant à chacun les Dénominateurs qui leur conviennent : ayant culbuté la Fraction qui compoſe le Diviſeur, & multipliant ces Fractions l'une par l'autre comme au cas precedent, le produit de cette Multiplication ſera le Quotient cherché.

EXEMPLE.

Il faut diviſer 1892 $\frac{17}{24}$ par 19 $\frac{1}{4}$.

Réduiſez 1892 entiers en vingt-quatriémes : viendra $\frac{45408}{24}$, auſquels ajoutant 17, Numerateur de la Fraction du nombre à diviſer, vous aurez $\frac{45425}{24}$ pour nombre à diviſer.

Réduiſez 19 $\frac{1}{4}$ en quarts, viendra $\frac{79}{4}$. Changez le Dénominateur en Numerateur, cette Fraction ſera $\frac{4}{79}$. Multipliez 45425 par 4, leur produit eſt 181700. Multipliez 79 par 24, vient 1896 ; par conſequent le Quotient eſt $\frac{181700}{1896} = 95\ \frac{5}{6}$.

1892
24
7568
3784
17
45425

19
4
76
3
79

$\frac{79}{4}$

$\frac{45425}{24}$ $\frac{4}{79}$

45425
4
181700

79
24
316
158
1896

$\frac{181700}{1896} = 95\frac{5}{6}$

On a pris pour l'exemple du cas precedent l'exemple du quatriéme cas de la Multiplication des Fractions, afin d'en montrer la preuve par la Diviſion. On voit par cette operation que l'on a diviſé le produit de cette Multiplication 1892 $\frac{17}{24}$ par 19 $\frac{3}{4}$, & qu'il eſt venu au Quotient 95 $\frac{5}{6}$, nombre à multiplier.

Si au lieu de diviſer 1892 $\frac{17}{24}$ par 19 $\frac{3}{4}$, on avoit diviſé cette grandeur par 95 $\frac{5}{6}$, le Quotient ſeroit 19 $\frac{3}{4}$. On ſe conformera à ce modele pour toutes les autres preuves de Multiplication des Fractions que l'on voudra faire par la Diviſion.

QUATRIE'ME CAS. Si on change le Numerateur du Diviſeur en Dénominateur, & le Dénominateur en Numerateur, multipliant les Numerateurs l'un par l'autre ainſi que les Dénominateurs, leur produit ſera le Quotient de la Diviſion.

Soit propoſé de diviſer $\frac{5}{6}$ par $\frac{2}{3}$.

Changez la Fraction $\frac{2}{3}$ du Diviſeur en $\frac{3}{2}$; multipliez les Numerateurs 3 & 5 l'un par l'autre, vient 15; multipliez de même les Dénominateurs 6 par 2, vient 12, le Quotient ſera la Fraction $\frac{15}{12} = 1\frac{1}{4}$.

SCOLIE.

On auroit pû chercher la plus grande commune meſure entre ces Fractions, tant au Numerateur qu'au Dénominateur: par exemple dans le dernier cas, entre $\frac{5}{6}$ Dividende & $\frac{2}{3}$ Diviſeur; après avoir changé ce Diviſeur en $\frac{3}{2}$, on auroit pû prendre le tiers de 3, Numerateur de la Fraction $\frac{3}{2}$, & le tiers de 6, Dénominateur de la Fraction $\frac{5}{6}$: il ſeroit venu 1, & 2. Multipliez ces parties abregées comme à la Multiplication des Fractions par Fractions, viendra $\frac{5}{4} = 1\frac{1}{4}$.

On peut faire toute ſorte de Diviſion des Fractions ſans les principes precedens, ſçavoir en cherchant aux Fractions du Diviſeur & du nombre à diviſer un Dénominateur commun le plus petit qu'il ſoit poſſible; réduiſant le

nombre à diviſer & le Diviſeur en Fractions ſuivant ce Dénominateur commun ; effaçant ce Dénominateur de part & d'aure, diviſant le Numerateur à diviſer par le Numerateur du Diviſeur, le Quotient donnera le nombre cherché.

Soit donné $95\frac{7}{8}$ *à diviſer par* $15\frac{5}{12}$.

Cherchant le plus petit nombre qu'il ſoit poſſible, qui meſure ſans reſte les Dénominateurs 8 & 12, on trouvera que c'eſt 24 : réduiſez les $95\frac{7}{8}$ en vingt-quatriémes, viendra $\frac{2301}{24}$. Réduiſez de même le Diviſeur $15\frac{5}{12}$ en vingt-quatriémes, viendra $\frac{370}{24}$; effacez les Dénominateurs 24 de part & d'autre, & diviſez 2301 par 370 : vous aurez $\frac{2301}{370} = 6\frac{81}{370}$ pour le nombre de fois que $15\frac{5}{12}$ ſont contenus en $95\frac{7}{8}$.

Dividende	Diviſeur
$95\frac{7}{8}$	$15\frac{5}{12}$
24	24
2280	360
21	10
2301	370
24	24

2301 | 370 — 81 | $6\frac{81}{370}$

AUTRE EXEMPLE.

On ſuppoſe qu'un Marchand ait acheté 25 $\frac{5}{6}$ aunes d'Etoffes, qui ont coûté en tout 967 liv. 16 ſ. 7 den. ſçavoir ſur quel pied c'eſt l'aune?

Pour faire cette operation, on réduira le Diviſeur 25 $\frac{5}{6}$ en ſixiémes; vient $\frac{155}{6}$, réduiſez de même le nombre à diviſer en ſixiémes, viendra 5806 liv. 19 ſols 6 den. diviſant ce nombre par 155, le Quotient ſera 37 liv. 9 ſ. 3 $\frac{69}{155}$, pour la valeur de l'aune.

$$25\frac{5}{6}$$
$$155$$
$$6.$$

967 liv. 16 ſ. 7 den.
6

5806 19 - 6

1156
71
1439
44
534
69

37 liv. 9 ſ. 3 $\frac{69}{155}$

On concevra évidemment la raiſon de cette operation, ſi on fait attention que ſix fois le Diviſeur ſont à ſix fois le nombre à

diviſer, comme le Diviſeur eſt au nombre à diviſer. Le Quotient eſt par conſequent toujours le même, lorſque l'on multiplie le Diviſeur & le nombre à diviſer par la même grandeur.

Preuve de la Diviſion des Fractions.

En multipliant le Quotient par le Diviſeur, il doit venir le nombre à diviſer, ſi l'operation eſt bien faite.

Reprenons le Quotient du troiſiéme cas, qui eſt $\frac{181700}{1896}$: ſi on multiplie ce Quotient $\frac{181700}{1896}$ par le Diviſeur $\frac{79}{4}$, viendra la Fraction $\frac{14354300}{7584} = \frac{45425}{24} = 1892\frac{17}{24}$, nombre à diviſer, ainſi des autres.

DU CALCUL DECIMAL

LE Calcul décimal eſt d'une fort grande utilité dans le toiſé & dans pluſieurs operations de l'Arithmetique pratique, leſquelles ſans ſon ſecours deviennent très-difficiles & très-ennuieuſes. Cette ſcience n'eſt autre choſe que la Diviſion de l'unité partagée en 10 parties égales, & chacune de ces parties en 10 autres parties, qui ſont des centiémes de l'unité, & celle-ci en 10 autres parties, qui ſont des 1000es de l'unité : ainſi de ſuite à l'infini. Lorſque ces parties ſont des dixiémes de l'unité, on les nomme *Primes*, & lorſqu'elles ſont des centiémes, on les appelle *Secondes*, & lorſqu'elles ſont des 1000es, on les nomme *Tierces*, &c.

Quand un nombre contient des entiers avec des parties décimales, on ſépare ces entiers des parties décimales par un point, ou par une virgule, en écrivant dans la même ligne les entiers & les parties décimales. Par exemple cette expreſſion 95 758 ſignifie 95 entiers, & 758 parties décimales ſignifie 7 primes, 5 ſecondes & 8 tierces.

De la réduction des entiers en parties décimales.

La réduction des entiers en parties décimales ſe fait en ajoutant autant de zero à ces entiers que l'on ſouhaite que l'unité ait de parties, ſçavoir un ſi on veut des dixiémes, deux ſi on veut des centiémes, trois ſi on veut des 1000es, &c. on ſépare ces entiers par un point, comme 95 . 000 ſignifie l'unité de chaque entier diviſé en 1000 parties égales.

Si dans l'expreſſion 351 . 4235 on avançoit le point qui diſtingue les entiers des parties décimales d'un rang à droite, cette expreſſion 3514 . 235 vaudroit dix fois plus qu'elle ne valoit; parceque chaque chiffre eſt augmenté de dix fois ſa valeur. Si ce point étoit avancé de deux chiffres, comme 35142 . 35, cette expreſſion ſeroit cent fois plus grande que la premiere, & cela parceque chaque caractere eſt augmenté de cent fois ſa valeur.

Si au contraire on reculoit ce point qui ſépare les entiers des parties décimales d'un rang ou de deux rangs, ce nombre vaudroit dix fois moins ou cent fois moins. Comme 35 . 14235 vaut dix fois moins que par la premiere expreſſion: & 3 . 514235 vaut cent fois moins.

Remarquez qu'il faut poſer des zero dans les rangs, où il ne doit y avoir aucun caractere ſignificatif, ſoit dans les entiers, ſoit ans les parties décimales.

Il eſt très-eſſentiel quand l'on veut ſe ſervir du calcul décimal, de ſçavoir réduire les Fractions en parties décimales, ce qui eſt très-aiſé. Car ſi on ajoute au Numerateur un ou pluſieurs zero, & que l'on diviſe ce nouveau Numerateur par le Dénominateur, le Quotient de cette Diviſion donnera des parties décimales, ſçavoir des dixiémes ſi on ajoute un zero, des centiémes ſi on ajoute deux zero, des 1000es ſi on ajoute trois zero, &c.

EXEMPLE.

On propoſe la Fraction $\frac{7}{8}$ à réduire en Fractions décimales.

Ajoutez le nombre de zero qu'il vous plaira au Numerateur 7; par exemple trois, & diviſez ce produit 7000 par le Dénominateur 8, viendra 0. 875 pour les parties décimales, c'eſt-à-dire $\frac{875}{1000} = \frac{7}{8}$. On écrit un zero qui tient lieu d'entiers, & enſuite les parties décimales que l'on ſépare de ce zero par un point ou par une virgule.

AUTRE EXEMPLE.

Soit propoſé de réduire en parties décimales 5 pieds 7 pouces.

On convertira les 5 pieds en pouces, viendra 60 pouces que l'on joindra aux 7 pouces ſuivans, pour avoir 67 pouces ou $\frac{67}{72}$ toiſes;

parceque l'unité qui eſt la toiſe ſe diviſe en 72 pouces. Pour réduire cette Fraction en parties décimales, ajoutez deux zero au Numerateur 67, & le produit 6700 étant diviſé par 72, Dénominateur de la Fraction $\frac{67}{72}$, viendra 0. 93 au Quotient pour partie décimale. On neglige le reſte 4 de la Diviſion, ne pouvant apporter aucune erreur ſenſible au calcul.

Si au lieu de 4 reſtant de la Diviſion il y avoit eu 36 de reſte ou au deſſus, on auroit mis un au Quotient: c'eſt-à-dire que quand il reſte $\frac{1}{2}$ ou au deſſus, on poſe 1 de plus au Quotient, & au lieu de 0. 93, on poſeroit 0. 94 pour partie décimale.

AUTRE EXEMPLE.

On propoſe de diviſer en parties décimales 5 pieds, 7 pouces, 9 lignes.

Réduiſez 5 pieds en pouces, viendra 60 pouces auſquels vous ajouterez 7, viendra 67 pouces ou $\frac{67}{72}$ toiſes; réduiſez de même 67 pouces en lignes: viendra 804 lignes, auſquelles vous ajouterez les 9 lignes ſuivantes, pour avoir 813 lignes pour Numerateur, & 864 lignes que contient la toiſe pour Dénominateur. Réduiſez la Fraction $\frac{813}{864}$ en parties décimales, en ajoutant quatre zero au Numerateur 813: viendra 8130000. Diviſant cette ſomme par 864, Dénominateur, le Quo-

tient donnera pour parties décimales 0. 941, qui eſt la réduction propoſée.

On ſuivra ce même principe pour les autres eſpeces de réductions.

DE L'ADDITION

Des nombres qui contiennent des parties décimales.

ON placera les grandeurs à additionner les unes ſous les autres, obſervant de mettre celles qui ſont au même degré dans le même ordre, c'eſt-à-dire les primes ſous les primes, les ſecondes ſous les ſecondes, &c.

On remarquera que dix unités de chaque colonne, valent une unité de celle qui la precede, comme à l'Addition des Entiers.

EXEMPLE.

74 . 789
75 . 866
9 . 773
160 . 428

Si dans l'Addition precedente il s'étoit trouvé que les parties décimales n'euſſent pas été au même degré, on les y auroit réduites par le moyen des zero que l'on auroit introduit

dans les rangs inferieurs, afin de les rendre conformes aux autres, & le reſte &c.

DE LA SOUSTRACTION

Des nombres qui contiennent des parties décimales.

LA Souſtraction décimale s'opere comme celle des Entiers, en plaçant chaque caractere dans le terme qui lui convient, ainſi que dans l'Addition. Si les rangs des parties décimales n'étoient pas en même nombre, on les y réduiroit par le moyen des zero que l'on poſeroit dans les places où il ne doit point y avoir de figure ſignificative, afin de rendre les rangs de l'operation égaux. Enſuite on retrancheroit la moindre ſomme de la plus grande: le reſte feroit la difference cherchée.

De	45.0079
Oſté	19.5970
	25.4109

Lorſque l'on fera dans l'obligation d'emprunter, l'unité que l'on empruntera ſur la colonne precedente, vaudra dix unités du caractere qui ſuit celui où on a emprunté, & le reſte &c.

DE LA MULTIPLICATION

Des nombres qui contiennent des parties décimales.

LA Multiplication des nombres qui contiennent des parties décimales s'opere comme celle des nombres entiers, en posant ces nombres l'un sous l'autre, & ensuite multipliant l'un par l'autre, & le reste &c.

EXEMPLE.

On propose de multiplier 2 . 745, par 3 . 16.

Ayant posé ces nombres l'un sous l'autre, & les ayant multipliez l'un par l'autre, il est venu au produit de cette Multiplication 8 . 67420.

```
      2 . 7 4 5
          3 . 1 6
      ---------
      1 6 4 7 0
      2 7 4 5
    8 2 3 5
  -----------
  8 . 6 7 4 2 0
```

Il y a une chose essentiele qu'il faut observer à l'occasion des parties decimales, afin de distinguer les entiers de ces parties déci-

males, c'eſt qu'il doit y avoir autant de chiffres dans le produit des parties décimales, comme il y en a au Multiplicateur & au nombre à multiplier. Il ſe trouve au Multiplicateur deux rangs de parties décimales, qui font 16, & au nombre à multiplier, il s'en trouve trois qui font 745, leſquels pris ſéparément compoſent cinq rangs. On poſera un point qui diſtingue les parties décimales des entiers après le cinquiéme rang, en allant de droite à gauche, comme il ſe voit par l'operation precedente.

Il y a differens cas à la Multiplication des nombres, qui contiennent des parties décimales, dont le produit ne contient que des parties décimales. il eſt trè-neceſſaire de bien diſtinguer par des zero les rangs des parties décimales, & de placer la virgule ou le point, ainſi que les deux exemples ſuivans le font voir.

```
      5 . 0 5 9 8
      0 . 0 1 7 9
      -----------
      4 5 5 3 8 2
    3 5 4 1 8 6
    5 0 5 9 8
  -------------
  0 . 0 9 0 5 7 0 4 2
  -------------
```

0 . 00572
0 . 00058

0 04576
0 0 2860

0.00000 33176

Application du Calcul décimal au toiſé.

On propoſe de multiplier 17 toiſes, 5 pieds, 7 pouces, 7 lignes, par 9 toiſes, 2 pieds, 8 pouces, 5 lignes.

Réduiſez 5 pieds, 7 pouces, 7 lignes en Fractions de toiſe, viendra $\frac{811}{864}$ toiſes. Réduiſez de même 2 pieds, 8 pouces, 5 lignes en Fractions de toiſe, vous aurez $\frac{389}{864}$ toiſes. Convertiſſez ces deux Fractions en parties décimales: au lieu de $\frac{811}{864}$, vous aurez 0 . 939, & au lieu de $\frac{389}{864}$ vous aurez 0 . 45, & l'expreſſion 17 toiſes, 5 pieds, 7 pouces, 7 lignes, ſera changée en celle-ci 17 . 939 & l'expreſſion de 9 toiſes, 2 pieds, 8 pouces, 5 lignes, en celle de 9 . 45.

Multipliez 17 . 939 par 9 . 45, viendra au produit 169 . 52355.

17.939
9.45
89695
71756
161451
169.52355

Dans ces ſortes d'operations, on neglige pour l'évaluation des parties décimales, les tierces, les quartes, &c. & on évalue ſeulement les deux premiers caracteres 52, qui ſont de gauche à droite : ce qui ſe fait en multipliant 52 pieds par 6 pieds que contient la Toiſe : vient 312 pieds, qui étant diviſés par 100, le Quotient donne 3 pieds, & il reſte 12 pieds à réduire en pouces, qui font 144, leſquels étant diviſés par 100, le Quotient eſt 1 pouce, & les parties décimales ſeront évaluées 3 pieds 1 pouce : par conſequent le produit de la Multiplication propoſée eſt de 169 toiſes, 3 pieds, 1 pouce.

Dans la pratique on auroit pris toutes les parties décimales pour un entier, & le produit de la Multiplication ſe compteroit pour 170 toiſes, & cela parceque $\frac{52}{100}$ excede $\frac{1}{2}$.

Soient proposés 54 marcs, 5 onces, 7 gros, 1 den. 17 grains à multiplier par 67 liv. 19 sols 7 den. suivant les principes du Calcul décimal.

Pour executer cette operation il faut réduire 5 onces, 7 gros, 1 denier, 17 grains en grains : viendra 3425 grains ou $\frac{3425}{4608}$ marcs. On réduira de même 19 s. 7 den. en Fractions de livres : viendra $\frac{235}{240}$; on convertira ces deux Fractions $\frac{3425}{4608}$ & $\frac{235}{240}$ en parties décimales : on aura au lieu de la Fraction $\frac{3425}{4608}$. 0 . 743 , & au lieu de la Fraction $\frac{235}{240}$. 0 . 979 , on multipliera 54 . 743 par 67 . 979 , & le produit de cette Multiplication 3721 . 373397 sera la réponse cherchée, c'est-à-dire 3721 liv. & par rapport aux parties décimales, si on en fait l'évaluation, elles produiront environ 8 sols.

J'ai pris l'exemple de la page 122, afin de faire connoître la difference de ce calcul à celui dont on se sert ordinairement. Il est clair qu'il est incomparablement moins embarassant.

DE LA DIVISION

Des nombres qui contiennent des parties décimales.

LA Diviſion des nombres qui contiennent des parties décimales, s'opere comme celle des entiers. Il eſt cependant neceſſaire que les rangs des parties décimales du nombre à diviſer, excedent ceux du Diviſeur, ou leur ſoient égaux pour le moins. Lorſqu'il arrive que les termes du nombre décimal du Diviſeur ſont en plus grand nombre que les termes du nombre à diviſer, on réduit ce nombre en parties décimales, en y ajoutant des zero, & on fait enſuite la Diviſion comme celle des entiers.

Il eſt bon de réduire le nombre à diviſer en des parties décimales beaucoup plus petites que celles du Diviſeur, afin que l'on puiſſe negliger le reſtant de la Diviſion s'il y en a, ſans erreur ſenſible.

Pour ſçavoir les parties décimales du Quotient, il faut ôter le nombre des rangs des parties décimales du Diviſeur, du nombre des rangs des parties décimales du nombre à diviſer, & exprimer cette difference au Quotient. Si le Diviſeur contient un rang de parties décimales, & le nombre à diviſer quatre,

le Quotient n'en doit avoir que trois; parceque la difference de 1 à 4 est 3, comme il se voit par l'exemple suivant.

EXEMPLE.

On propose de diviser 27 . 2412 par 4 . 7

Ayant examiné combien de fois 4 . 7 sont contenus dans 27 . 2412, on trouvera 5 . 796 pour Quotient. Ayant ôté un rang, nombre décimal du Diviseur, de 4 rangs, nombre décimal du nombre à diviser, il en restera pour nombre décimal des rangs du Quotient trois, lequel est par consequent 5 entiers, & 796, nombre des parties décimales.

```
272412 {4 7
-------{-----
 374   {5.796
  451
   282
    00
```

Si le nombre des rangs des parties décimales du nombre à diviser & du Diviseur étoient en pareille quantité, le Quotient donneroit des entiers.

EXEMPLE.

Si on divise 244, 275 par 3, 2,7, le Quotient sera 75 entiers. De même si on divise 0, 01836 par 0, 00034, le Quotient sera 54 entiers : & cela parceque les rangs décimaux du Diviseur égalent les rangs décimaux du nombre à diviser.

DE LA REGLE DE TROIS.

LA Regle de Trois que l'on veut expliquer ici, eſt fondée ſur ce que l'on a dit ci-devant en parlant des proportions. On en mettra en ce lieu quelques exemples, afin de ne rien negliger de ce qui peut inſtruire le Lecteur.

Cette Regle ſe nomme Regle *de Trois*; parceque l'on a toujours trois termes connus, leſquels ſervent à en trouver un quatriéme, qui eſt en même raiſon au troiſiéme, que le ſecond au premier.

On ſuppoſe, par exemple, que 6 toiſes ont couté 12 liv. ſçavoir combien couteroient 18 toiſes au même prix? Les deux termes 6 toiſes & 18 toiſes ſont de même eſpece, & la queſtion ſe rapporte au dernier de ces deux termes, qui eſt 18 toiſes. Les trois termes connus de cette proportion ſe doivent diſpoſer en cette ſorte, afin de parvenir au quatriéme terme, dont on a beſoin. Le terme auquel la queſtion ſe rapporte s'écrit à la troiſiéme place: celui qui eſt ſeul de même eſpece, à la ſeconde place, & à la premiere celui qui eſt de même eſpece que le troiſiéme. Ces termes

étant ainſi diſpoſés on multipliera le ſecond terme & le troiſiéme l'un par l'autre, & on diviſera leur produit par le premier terme, le Quotient donnera le quatriéme terme cherché.

Suivant ce principe, le premier terme eſt 6, le ſecond 12, & le troiſiéme 18. Multipliant 18 par 12, & leur produit 216 étant diviſé par le premier terme 6, le Quotient 36 eſt le nombre cherché, c'eſt-à-dire que 18 toiſes coûtent 36 liv.

Si 6 toiſes coûtent 12 liv. combien 18 toiſes x ?

$$\underline{216}\Big\{36 = x$$

On voit que le troiſiéme terme 18 eſt triple du premier 6, comme le quatriéme 36 eſt triple du ſecond 12. Ce ſeroit encore la même choſe, ſi on avoit diviſé le ſecond terme 12 par le premier 6, & que l'on eût multiplié le Quotient 2 par le troiſiéme terme 18 : le produit 36 donneroit le quatriéme terme cherché. Cette methode de diviſer le ſecond par le premier & multiplier le Quotient par le troiſiéme, eſt quelquefois très-commode dans la pratique.

AUTRE EXEMPLE.

On suppose que l'on ait en 193 jours, déboursé pour la dépense d'une maison 2756 liv. 16 s. 8 den. on demande combien on dépensera pour la même maison & sur le même pied pendant 319 jours?

Pour trouver cette dépense, formez cette analogie: comme 193 : 2756 liv. 16 s. 8 d. : : 319 : x. Ayant multiplié 2756 liv. 16 s. 8 den. par 319, & leur produit 879429 liv. 16 s. 8 d. étant divisé par le premier 193, viendra au Quotient 4556 liv. 12 s. 7 $\frac{97}{193}$ pour la dépense de 319 jours.

Si 193 jours dépensent 2756 liv. 16 s. 8 den. combien 319 jours?

```
  24811   10  0
  27568    6  8   16:8
 827050          10:0
 ------------------------------
 879429 : 16 : 8 {4556 l. 12 s. 7 97/193
 1074
  1092
   1279
    121
    2436
     506
     120
    1448
      97
```

On operera toutes les Regles de Trois ſans changer de place ni le Multiplicateur ni le Diviſeur, afin d'être plus concis.

PREUVE.

La preuve de toutes ſortes de proportions ſe fera par une analogie oppoſée, en mettant pour premier terme celui qui a ſervi de troiſiéme à la Regle, qui eſt dans l'exemple ci-deſſus 319 au ſecond la ſomme du Quotient ou la dépenſe de 319 jours, qui eſt 4556 l. 12 ſols 7 $\frac{27}{193}$, & au troiſiéme terme 193. Feignant de ne pas ſçavoir la dépenſe de 193 jours, on cherchera le quatriéme terme proportionnel par les principes démontrés : viendra 2756 liv. 16 ſols 8 den. pour réponſe, qui eſt le nombre que l'on devoit trouver.

Si 319 jours dépensent 4556 liv. 12 s. 7 $\frac{97}{193}$, combien 193 jours ?

13669	17 : 9	
410096	12 6-	13:3
455662	18 : 4	12:7
	8 1	

879429 . 16 : 8 } 2756 l. 16 s. 8 d.

2414
1812
2179
265
5316
2126
212
2552
000

SCOLIE.

On regardera le reſtant de la Diviſion ou le Numerateur 97 de la Fraction $\frac{97}{193}$, comme un nombre de deniers à ajouter au produit de la Multiplication, afin d'éviter la peine du calcul que la Multiplication de cette Fraction donneroit.

Exemple d'une Regle de Trois avec Fractions.

On peut multiplier le ſecond terme par le troiſiéme, & diviſer leur produit par le premier ſelon les methodes des Multiplications

& Diviſions des Fractions. Ou bien on cherchera le plus petit nombre qu'il ſoit poſſible qui meſure ſans reſte les Dénominateurs des Fractions du premier & du troiſiéme terme. On évanouira ces Fractions en élevant le premier terme & le troiſiéme ſelon ce Dénominateur commun. On commencera une nouvelle analogie en mettant au premier terme le multiple du premier au ſecond terme, le même nombre qu'à la premiere analogie, au troiſiéme terme le multiple du troiſiéme, le quatriéme terme donnera le nombre cherché.

EXEMPLE.

On ſuppoſe avoir acheté 19 $\frac{5}{12}$ aunes d'Etoffe, qui ont coûté 359 liv. 16 ſols 3 den. on demande combien couteront 23 $\frac{7}{8}$ aunes au même prix?

Cherchez le plus petit nombre qu'il ſoit poſſible, qui meſure exactement les Dénominateurs 12 & 8 des Fractions du premier & du troiſiéme terme : vous trouverez que 24 les meſure ſans reſte.

Multipliez le premier terme 19 $\frac{5}{12}$, & le troiſiéme 23 $\frac{7}{8}$ par 24, c'eſt-à-dire qu'il faut réduire le premier terme & le troiſiéme en 24e : viendra pour le premier 466 & pour le troiſiéme 573. Or il y a même raiſon des entiers du premier terme aux entiers du troiſiéme, que 24 fois le premier terme a 24 fois le troi-

siéme. Posant au premier terme d'une nouvelle analogie 466, multiple du premier au second 359 liv. 14 s. 3 den. & au troisiéme terme 573, multiple du troisiéme, faisant l'operation à l'ordinaire, le quatriéme terme donnera 442 liv. 6 s. 1 $\frac{365}{466}$ pour la valeur de 23 $\frac{7}{8}$ aunes.

Si 19 $\frac{5}{12}$ au. cout. 359 l. 16 s. 3 d. com. 23 $\frac{7}{8}$?

24	24
76	92
38	46
10	21
466	573

Si 466 cout. 359 l. 14 sols 3 d. com. 573?

1079	2.9	
251791	17:6	19:9
179856:	5	11:3
206115 : 5 : 3		442 l. 6 s. 1 $\frac{365}{466}$
19711		
1075		
143		
2865		
69		
831		
365		

On fera la preuve de cette operation par une autre oppoſée, en diſant ſi $23\frac{7}{8}$ aunes coutent 442 liv. 6 ſols $1\frac{365}{466}$, combien $19\frac{5}{12}$, ou ce qui eſt la même choſe, ſi 573 coutent 442 liv. 6 ſ. $1\frac{365}{466}$, combien 466 ? Faiſant cette operation comme la precedente, viendra 359 liv. 14 ſ. 3 den. nombre cherché.

Si 573 cout. 442 l. 6 ſols $1\frac{365}{466}$, com. 466 ?

2653 :	16 : 6			
26538	5		16:6	
176921 :	13 : 4 :		4:4	
1	10	5		
206115 :	5 : 3	}	359 l. 14 ſ. 3 d.	
3421				
5565				
408				
4165				
2435				
143				
1719				
000				

Exemple d'une Regle de Trois, dans laquelle il y a liv. ſols & den. à tous les termes.

On executera facilement cette Regle en convertiſſant le premier terme & le troiſiéme en deniers. Faiſant l'operation à l'ordinaire, le quatriéme terme donnera le nombre deſiré.

EXEMPLE.

On ſuppoſe que 29 liv. 13 ſols 5 den. ont donné de benefice pour un an 16 liv. 16 ſols 7 den. ſçavoir ce que doivent produire pour un an 137 liv. 7 ſols 11 den. ſur le même pied?

Réduiſez le premier terme 29 liv. 13 ſols 5 den. en deniers, viendra 7121 deniers. Réduiſez de même le troiſiéme terme 137 liv. 7 ſols 11 den. en deniers, viendra 32975 den. Formez enſuite cette analogie : ſi 7121 deniers produiſent 16 liv. 16 ſols 7 den. combien produiront 32975 deniers ? Faiſant la Regle à l'ordinaire, viendra 77 liv. 18 ſols $7\frac{1962}{7121}$ pour le produit de 137 liv. 7 ſols 11 den.

OPERATION.

Si 29 liv. 13 ſols 5 den. produiſent 16 l. 16 ſ. 7 den., combien 137 liv. 7 ſols 11 den.

593 ſols	2747 ſols
7121 den.	32975 den.

Si 7121 deniers produiſent 16 liv. 16 ſ. 7 d. combien 32975?

527600
26380 0
549:11:8
412: 3:9

554941-15: 5 } 771. 18 ſ. 7 $\frac{1962}{7121}$

5647 1
6624
132495
61285
4317
51809
1962

Nous avons montré par le ſecond cas de nos proportions, que le premier terme eſt au troiſiéme comme le ſecond au quatriéme; par conſequent le ſecond étant des livres, le quatriéme ſera auſſi des livres.

On fera la preuve de cette operation comme celle des precedentes, en diſant: Si 32975

deniers produiſent 77 liv. 18 ſols $7\frac{1962}{7121}$, combien produiront 7121 deniers? Multipliant le ſecond & le troiſiéme enſemble, & diviſant leur produit par le premier, le Quotient donnera 16 liv. 16 ſols 7 den. nombre cherché.

APPLICATION

DE LA REGLE DE TROIS.

ON ſupoſe qu'un réſervoir a quatre ouvertures, & par la premiere toute l'eau s'écoule en 4 heures, par la ſeconde en 6 heures, par la troiſiéme en 8 heures, & par la quatriéme en 9 heures. On demande combien de temps ſeroit ce réſervoir à ſe vuider, ſi toutes les ouvertures étoient lâchées.

Puiſque par la premiere ouverture toute l'eau s'écoule en 4 heures, il eſt certain que dans une heure il s'en écoulera $\frac{1}{4}$. Par la ſeconde il s'en écoulera pendant une heure $\frac{1}{6}$; par la troiſiéme $\frac{1}{8}$, & par la quatriéme $\frac{1}{9}$. Ainſi par ces quatre ouvertures il s'en écoulera pendant une heure $\frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \frac{1}{8} + \frac{1}{9}$, qui valent $\frac{47}{72}$.

Dites par Regle de Trois, ſi $\frac{47}{72}$ de toute l'eau s'écoule en une heure, en combien de temps s'écoulera $\frac{72}{72}$, ou toute l'eau du réſervoir? La Regle de Trois étant faite, viendra pour réponſe 1 $\frac{25}{47}$ heures, qui eſt le temps

qu'il faut au réſervoir pour ſe vuider.

Si $\frac{47}{72} : 1 :: 1 : x$

$\frac{47}{72} x = 1$

$47 x = 72$

$x = 1\frac{25}{47}$

DES REGLES DE TROIS INVERSES OU RECIPROQUES.

DAns les Rapports *inverſes* ou *réciproques*, on conclut du plus au moins; au lieu que dans les Regles de Trois que nous avons vuës juſqu'à preſent nous avons conclu du plus au plus. Je mettrai ici un exemple des Regles de Trois inverſes, que je réſoudrai par la methode ordinaire, après quoi j'expliquerai la maniere de la diſpoſer, pour que l'on puiſſe conclure du plus au plus. *Quoique M. de la Hire traite de paradoxe dans ſa Mécanique le raiſonnement de ceux qui n'admettent aucuns rapports inverſes, il me ſemble qu'on peut ſe diſpenſer de s'aſſujettir à cette Regle par rapport à l'Arithmetique pratique; parceque l'operation m'en paroît plus ſimple & plus methodique.*

On connoît que la queſtion eſt inverſe ou

réciproque, lorſque les deux termes de même eſpece agiſſent ſur une même grandeur, c'eſt-à-dire que le premier terme & le troiſiéme dans la diſpoſition ordinaire ont pour but le même terme. Un exemple éclaircira ces Regles.

EXEMPLE.

On ſuppoſe que 25 hommes ont travaillé pendant 70 jours pour faire un ouvrage. On demande combien 40 hommes ſeront de jours à faire le même ouvrage?

La queſtion ci-deſſus ſe concevra réciproque, parceque les 25 hommes & les 40 hommes ont pour but le même ouvrage.

Il eſt évident que les 40 hommes travaillant auſſi vîte que les 25 hommes ont travaillé, ſeront moins de jours à faire le même ouvrage; puiſqu'ils ſont un plus grand nombre d'ouvriers: ce qui s'appelle conclure du plus au moins. On diſpoſera l'analogie ſelon la methode ordinaire, en cette ſorte.

Si 25 hommes ſont 70 jours, combien 40 hommes?

On multipliera enſemble les deux premiers termes 25 & 70, & on diviſera leur produit 1750 par le troiſiéme terme 40. Le Quotient 43 $\frac{3}{4}$ donnera le nombre des jours que 40 hommes doivent travailler pour faire l'ouvrage propoſé.

$$25 : 70 :: 40 : x$$

$$1750 = 40x$$
$$43\tfrac{3}{4} = x$$

On concevra la raiſon de cette operation, ſi on ſuppoſe l'unité pour troiſiéme terme, & que l'on faſſe ce raiſonnement: Si 25 hommes employent 70 jours à faire un ouvrage, conſtamment un homme ſeul ſera 25 fois 70 jours, qui font 1750 jours: par conſequent 40 hommes ne ſeront que la quarantiéme partie de 1750 jours, qui font $43\frac{3}{4}$ jours.

On prouvera cette operation par une analogie ſemblable à celle de la Regle, en diſant: Si 40 hommes ſont $43\frac{3}{4}$ jours à faire un ouvrage, combien 25 hommes ſeront-ils de jours à faire le même ouvrage? Multipliant enſemble les deux premiers termes 40 & $43\frac{3}{4}$, & diviſant leur produit 1750 pour le troiſiéme 25, le Quotient donnera 40 jours, nombre qu'il falloit trouver.

$$40 : 43\tfrac{3}{4} :: 25 : x$$

$$1750 = 25x$$
$$70 = x$$

Le produit des hommes par le temps qu'ils employent à faire un ouvrage, eſt toujours le même, c'eſt-à-dire que 25 hommes multipliés

par 70 jours, font un produit égal à 40 hommes multipliés par 43 $\frac{3}{4}$ jours; ce que l'on appelle proportion réciproque.

Pour ne point s'assujettir à résoudre ces sortes de regles inverses par la methode de multiplier les deux premiers termes ensemble, & de diviser leur produit par le troisiéme; on placera ce troisiéme terme au premier de l'analogie: le second doit être de même nature que ce premier, le troisiéme sera l'effet du second, & le quatriéme que l'on cherche sera de même espece que ce troisiéme. Et la question se résoudra en multipliant le second par le troisiéme, & divisant leur produit par le premier: cet arrangement fournit le moyen de conclure du plus au plus, ainsi que nous avons toujours fait, à l'exception de l'exemple precedent.

Connoissant que le probleme precedent dépend de la proportion réciproque, je poserai au premier terme 40 hommes, au second 25 hommes, au troisiéme 70 jours; le quatriéme terme proportionnel sera 43 $\frac{3}{4}$ jours, & cela parceque 40 hommes sont à 25 hommes, comme 70 jours sont à 43 $\frac{3}{4}$ jours.

$$40 : 25 :: 70 : x$$

$$40x = 1750$$
$$x = 43\frac{3}{4}$$

Autre queſtion réciproque réſolue par la ſeconde methode.

On ſuppoſe qu'il y ait proviſion de vin dans une Communauté de 200 perſonnes pour un an, à chacune deſquelles on donne 3 demi-ſeptiers par jour ; on demande combien de temps dureroit ce même vin à 300 perſonnes, en leur en donnant autant qu'aux premiers.

Il eſt conſtant que le vin ſera moins d'un an à être bû, puiſqu'il y a un plus grand nombre de beuveurs & qu'ils n'ont que la même quantité de vin. Pour trouver ce temps, formez cette analogie : comme 300 perſonnes ſont à 200, ainſi 12 mois ſont à un quatriéme terme proportionnel 8 : c'eſt-à-dire qu'au bout de 8 mois, la proviſion ſera finie.

$$300 : 200 :: 12 : x$$

$$300x = 2400$$
$$x = 8 :$$

S'il arrivoit que cette Communauté voulût faire durer cette proviſion pendant un an, en ce cas il faudroit diminuer du vin de chaque perſonne. On trouvera par cette analogie : 12 mois ſont à 8 mois, comme 3 demi-ſeptiers ſont à un quatriéme terme proportionnel 2, qui eſt le nombre de demi-ſeptiers qu'il faut donner à 300 perſonnes, pour que le vin dure un an.

$$12 : 8 :: 3 : x$$
$$12x = 24$$
$$x = 2$$

Application ſur les rapports réciproques.

On ſçait qu'un pendule qui a 3 pieds 8 lignes $\frac{1}{2}$, fait en une heure 3600 vibrations (qui ſont 3600 ſecondes.) On demande combien fera de vibrations un autre pendule qui aura 1 pied, 2 pouces, 5 lignes.

L'experience nous fait connoître que les longueurs des pendules ſont réciproquement proportionnelles au quarré de leurs vibrations en temps égal.

Pour l'execution de cette propoſition, on réduira 3 pieds, 8 lignes $\frac{1}{2}$ en demies lignes: viendra 881 demies lignes. On réduira auſſi 1 pied, 2 pouces, 5 lignes en demies lignes, viendra 346 demies lignes: formez enſuite cette analogie ſuivant la ſeconde methode: comme 346 demies lignes ſont à 881 demies lignes, ainſi 12960000 quarrés des vibrations du pendule à ſeconde, ſont à un quatriéme terme proportionnel 32999306, qui eſt le quarré des vibrations du pendule qui a 1 pied, 2 pouces, 5 lignes. Tirant la racine quarrée de ce nombre, le Quotient donnera 5744 vibrations ou battemens cherchés.

346:881::12960000:x

12960000
103680000
103680000

11417760000 } 32999306
1037
3457
3436
3220
1060
2200
124

On n'a eu aucun égard au reſte de la Diviſion ni à celui de l'extraction de la racine quarrée, parcequ'ils ne ſont d'aucune importance.

Ce probleme ne regarde que les pendules ſimples. Voyez le ſecond Volume de l'Analiſe demontrée du Pere Reynau pour les pendules compoſées, dans lequel eſt enſeignée la maniere de faire faire aux pendules des vibrations égales en temps égaux, quoique de differentes longueurs.

DE LA REGLE DE TROIS COMPOSÉE.

ON appelle *Regle de Trois Compoſée*, une Regle de Trois qui a plus de 4 termes, leſquels nous réduirons cependant à 4, ſçavoir à deux que nous appellerons *antecedent*, & à deux autres que nous appellerons leur *conſequent*.

On placera tous les termes qui compoſent le premier antecedent au premier terme, & enſuite tous ceux qui compoſent ſon conſequent au ſecond terme. On cherchera tous les termes qui compoſent le ſecond antecedent, que l'on poſera au troiſiéme terme, obſervant de ſuivre le même ordre que l'on a tenu dans le premier antecedent. Examinez de même façon tous les termes qui compoſent ſon conſequent, que vous poſerez au quatriéme terme: & comme il manque une grandeur ou dans le ſecond antecedent ou dans le ſecond conſequent, on ſubſtituera x à la place de cette grandeur, & toute la propoſition ſera réduite à 4 termes. Enſuite ſur ce principe démontré, que le produit des extrêmes éga-

le le produit des moyens, on mettra ces extrêmes enſemble, ainſi que les moyens. Toute la propoſition ſe trouve réduite à deux colomnes, dans l'une deſquelles ſe trouve x, laquelle marque le terme du Diviſeur. Enſuite on abregera le calcul par le moyen des axiomes ſuivans.

Premier Axiome.

Si de quantités égales on retranche des quantités égales, les reſtes ſont égaux.

Second Axiome.

Des quantités étant multipliées par la même grandeur, leurs produits ſont en même raiſon.

Troiſiéme Axiome.

Des quantités étant diviſées par la même grandeur, les Quotiens ſont en même raiſon.

EXEMPLE.

D'une Regle de Trois Compoſée.

On ſuppoſe que 600 chevaux en 50 jours ont conſommé 36000 rations; ſçavoir combien il faudra de chevaux pendant 75 jours, pour en conſommer 48000?

Je conſidere cette queſtion comme compoſée de deux antecedens & de deux conſequens. Je commence par l'antecedent tout connu, qui a ſon conſequent tout connu, afin d'avoir

d'avoir en deux termes le rapport que cet antecedent a à ſon conſequent. Je conçois que le premier antecedent eſt 600 chevaux, & 50 jours; parceque ce ſont ces chevaux qui ont conſommé 36000 rations en 50 jours : je les place l'un ſous l'autre en poſant 50 ſous 600. Je poſe enſuite le conſequent 36000, au ſecond terme. Pour le ſecond antecedent je ſuivrai le même ordre que celui que j'ai tenu au premier antecedent, en commençant par les chevaux & enſuite par les jours; mais comme je ne connois pas ce nombre de chevaux, je ſubſtituerai x à la tête du troiſiéme terme pour nombre inconnu, & au deſſous de cette x je placerai 75, nombre des jours que cette quantité inconnue de chevaux ſera employée à conſommer 48000 rations : & pour quatriéme terme de l'analogie, je mettrai 48000 rations, & la proportion compoſée ſera réduite à 4 termes. On placera les extrêmes ſous une même colonne, de même que les moyens: la propoſition ſera réduite à deux colonnes.

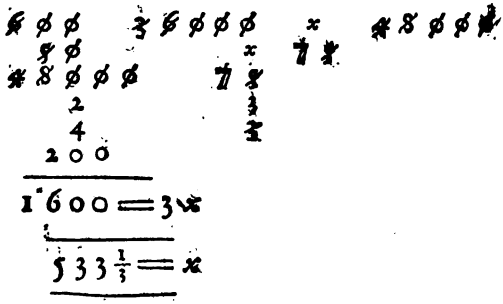
Pour abreger ces deux colonnes, on commencera par effacer des zero de chacune en pareille quantité, & on aura des reſtes qui ſeront en même raiſon. Si on ôte trois zero de 48000, & de 36000, il reſtera 48 & 36, qui ſeront en même raiſon, c'eſt-à-dire que 48000 : 36000 :: 48 : 36. Après avoir effacé des zero de part & d'autre, autant qu'il a été poſſible, j'examine dans ces deux colonnes quel eſt le

plus grand nombre qui meſure ſans reſte quelque terme de ces deux colonnes. Par exemple entre 50 & 75 je trouve que 25 les meſure ſans reſte : je prens la vingt-cinquiéme partie de chacun, & j'ai 2 & 3 qui ſont en même raiſon que 50 & 75 : j'efface 50 & 75, & je poſe 2 & 3, ſçavoir 2 ſous la colonne où ſe trouve 50, & 3 ſous la colonne où ſe trouve 75.

Je cherche entre 48 & 36 le plus grand nombre qui les meſure exactement. J'apperçois que c'eſt 12 : je prens le douziéme de chacun, & il vient 4 & 3 que je poſe ſous leurs colonnes en effaçant 48 & 36.

Je conçois que 600 a ſon tiers & 3 auſſi : j'efface un des deux trois de la ſeconde colonne, & ne poſe rien au deſſous ; parceque le tiers de trois eſt 1, & que l'unité ne multiplie point, ni ne diviſe. Je prens le tiers de 600, vient 200 que je poſe ſous la même colonne après avoir effacé 600.

Comme les reſtans de la premiere colonne 2, 4, & 200 n'ont aucune commune meſure que l'unité avec le reſtant 3 de la ſeconde colonne, je les multiplie l'un par l'autre, c'eſt-à-dire 2 par 4, & leur produit 8 étant multiplié par 200, vient 1600 pour nombre à diviſer. Je multiplie le reſtant de la ſeconde colonne 3 par x, vient $3x$ pour Diviſeur, c'eſt-à-dire $1600 = 3x$. Diviſant 1600 par l'abſolu 3, vient $533\frac{1}{3}$ pour la valeur de x : par conſequent il faudra $533\frac{1}{3}$ chevaux pour conſommer 48000 rations pendant 75 jours.



Pour s'assurer que ce terme $533\frac{1}{3}$ découvert est absolument le nombre cherché, on formera une autre question semblable à la precedente, en negligeant lequel des termes on voudra du premier antecedent ou de son consequent. Supposons que l'on neglige 36000 rations, consequent du premier antecedent; faites cette proposition.

Si $533\frac{1}{3}$ chevaux en 75 jours consomment 48000 rations, combien 600 autres chevaux en 50 jours en consommeront-ils?

Posez pour premier terme de la proportion ou premier antecedent $533\frac{1}{3}$ & 75, & pour second terme 48000. Posez pour second antecedent ou pour troisiéme terme 600 & 50, & pour quatriéme terme x, nombre inconnu de rations, que 600 chevaux en 50 jours doivent consommer.

Placez les extrêmes ensemble & les moyens, vous aurez pour premiere colonne $533\frac{1}{3}$, 75 & x; & pour seconde 48000, 600, & 50.

Commencez par évanouir la Fraction $\frac{1}{3}$ en réduiſant 533 $\frac{1}{3}$ entiers, viendra 1600 : effacez 533 $\frac{1}{3}$ & poſez 1600 deſſous la même colonne, & placez le Dénominateur 3 à la ſeconde colonne pour entretenir le rapport de la premiere colonne à la ſeconde, celà eſt fondé ſur ce que 533 $\frac{1}{3}$: 1 :: 1600 : 3.

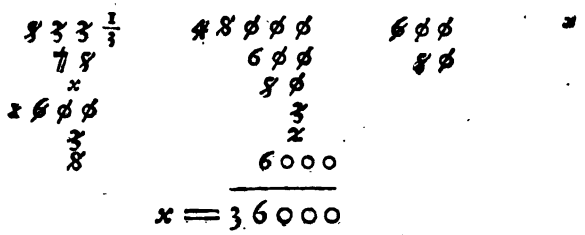
Retranchez deux zero de 1600 & deux zero d'un des termes de la ſeconde colonne, par exemple de 600 : il reſte 16 & 6.

Prenez la vingt-cinquiéme partie de 75 & de 50, viendra 3 & 2 : effacez 75 & 50, & poſez 3 ſous la premiere colonne & 2 ſous la ſeconde. Effacez ce 3 de la premiere colonne & le 3 de la ſeconde.

Prenez la moitié de 16, vient 8 : effacez 16 & poſez 8 ſous la premiere colonne, & effacez le 2 de la ſeconde.

Prenez la huitiéme partie de 8 & de 48000, vient 1 & 6000 : effacez 8 & 48000, poſant 6000 ſous la ſeconde colonne.

Il reſte x ſeul à la premiere colonne, & à la ſeconde 6000 & 6. Multipliant 6000 par 6, vient 36000 pour la valeur de x, ou le nombre des rations que l'on cherchoit : ce qui démontre que la premiere operation eſt juſte.



$x = 36000$

AUTRE EXEMPLE.

On ſuppoſe que 600 hommes en 45 jours de 9 heures de travail, ont fait un ouvrage de 200 toiſes de long, de 9 de haut, & de 8 pieds d'épaiſſeur. On demande combien il faudra d'hommes pendant 60 jours de 10 heures de travail, pour faire un autre ouvrage de 400 toiſes de long, 8 de haut, & 6 pieds d'épaiſſeur.

On voit que le premier antecedent eſt compoſé de 600 hommes, de 45 jours, & de 9 heures de travail, & que ſon conſequent eſt 200 toiſes de long, 6 de haut, & 8 pieds d'épaiſſeur. Poſez pour premier terme de l'analogie 600, 45, & 9 premier antecedent. Poſez pour deuxiéme terme de cette analogie 200, 9 & 8, conſequent. Poſez pour troiſiéme terme de cette analogie x, 60 & 10, deuxiéme antecedent. Poſez pour quatriéme terme 400, 8 & 6, deuxiéme conſequent.

Poſez les termes extrêmes ſous la même colonne, ainſi que les moyens, vous aurez le problême réduit en deux colonnes, leſquelles

on abregera en retranchant 4 zero de chaque colonne. Effacez tous les chiffres ſemblables inferieurs à 10 dans les deux colonnes, pris ſéparément.

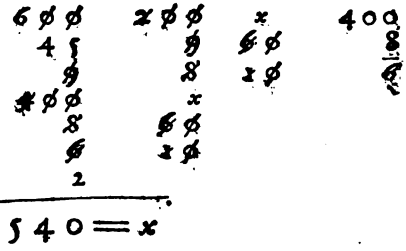
Effacez 9 de la premiere colonne, & 9 de la ſeconde.

Effacez 8 de la premiere & 8 de la ſeconde.

Effacez 6 de la premiere & 6 de la ſeconde.

Prenez la moitié du 4 de la premiere colonne, qui eſt 2 que vous poſerez deſſous cette colonne après avoir effacé le 4. Effacez auſſi le 2 de la ſeconde.

Il reſte à la premiere colonne 6, 45, & 2, leſquels étant multipliez l'un par l'autre produiſent 540 pour nombre à diviſer. Mais comme x reſte ſeul à la ſeconde colonne, cela montre que 540 eſt le nombre des hommes cherchés.



$540 = x$

On peut conſtruire la propoſition en deux colonnes, en écrivant le deuxiéme antecedent ſous le premier conſequent, & le deuxiéme conſequent ſous le premier antecedent. On évitera par ce moyen la poſition de deux termes, ainſi que nous allons faire voir par la

preuve de la propoſition, où nous negligerons les 9 heures de travail, nombre du conſequent du premier antecedent.

PREUVE.

Si 540 hommes pendant 60 jours de 10 heures de travail, font un mur de 400 toiſes de long, 8 de haut, & 6 pieds d'épaiſſeur; on demande combien d'heures doivent travailler par jour 600 hommes pendant 45 jours, pour faire un autre mur de 200 toiſes de long, 9 de haut, & 8 pieds d'épaiſſeur.

Poſez 540, 60, 10, pour premier terme ou premier antecedent.

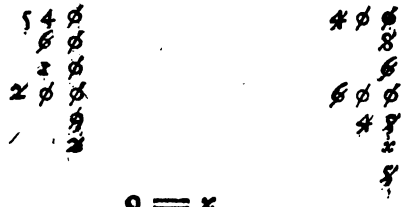
Poſez 400, 8, 6, pour deuxiéme terme ou ſon conſequent.

Poſez deſſous ce conſequent 600, 45, *x*, ſecond antecedent.

Poſez ſous le premier antecedent ou premier terme le ſecond conſequent 200, 9, 8, & le problême ſe trouve conſtruit en deux colonnes.

Abregez, comme il eſt dit ci-devant, & il viendra pour la valeur cherchée 9, c'eſt-à-dire 9 heures par jour que doivent travailler 600 ouvriers pendant 45 jours, qui eſt le nombre qu'il falloit trouver.

OPERATION.



$9 = x$

SCOLIE.

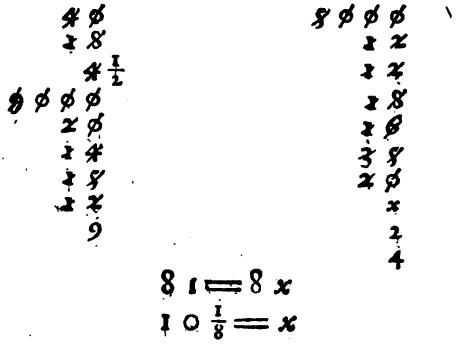
Le premier antecedent devient toujours le ſecond dans la diſpoſition de la preuve, & le premier conſequent devient auſſi par conſequent le ſecond.

AUTRE EXEMPLE.

Si 40 moulins travaillant 18 heures par jour, ont moulu en $4\frac{1}{2}$ mois la quantité de 5000 muids de bled, chaque muid de 12 ſeptiers, le ſeptier de 12 boiſſeaux, le boiſſeau peſant 18 liv. chaque livre de 16 onces; ſçavoir combien il faudra de mois pour moudre 9000 muids de bled, le muid de 20 ſeptiers, le ſeptier de 14 boiſſeaux, le boiſſeau peſant 15 l. la livre de 12 onces, n'ayant que 35 moulins, leſquels travaillent 20 heures par jour.

On réduira toute la queſtion en deux colonnes, dont la premiere ſera compoſée du premier antecedent & du ſecond conſequent. Cette colonne eſt compoſée de 40, 18, $4\frac{1}{2}$ 9000, 20, 14, 15, & 12. La ſeconde colonne

ſera compoſée du premier conſequent & du ſecond antecedent qui eſt 5000, 12, 12, 18, 16, 35, 20 & x, nombre inconnu du temps qu'il faudra à 35 moulins pendant 20 jours, pour moudre le grain propoſé.



$$81 = 8x$$
$$10\frac{1}{8} = x$$

Ayant abregé les deux colonnes, comme nous avons enſeigné par les precedentes, il eſt reſté dans la premiere colonne 9 & 9, leſquels étant multipliés l'un par l'autre, font 81. Multipliant les reſtans de la ſeconde colonne l'un par l'autre, vient $8x = 81$; par conſequent $x = 10\frac{1}{8}$: c'eſt-à-dire que $10\frac{1}{8}$ mois eſt le temps cherché.

COROLLAIRE.

Lorſque l'on diviſe un terme d'une colonne, & qu'il ſe trouve un nombre ſignificatif ſemblable au Quotient, ou un nombre qui eſt meſuré par ce Quotient dans l'autre colonne, on peut ſe diſpenſer d'écrire ce Quotient ſous

cette colonne, en effaçant ce chiffre ſemblable de l'autre colonne, ou diviſant ce nombre meſuré par ce Quotient, ainſi que nous avons fait à la derniere operation ; ce qui abrege encore beaucoup le Calcul.

OBSERVATIONS.

On diſtinguera parfaitement ſi un terme appartient à l'antecedent ou à ſon conſequent, en doublant ou triplant ce terme. S'il appartient à l'antecedent, il exige un plus grand conſequent, & s'il appartient au conſequent il exige un plus grand antecedent.

Dans la propoſition precedente ſi j'étois en doute de ſçavoir, ſi par exemple $4\frac{1}{2}$ mois appartiennent à l'antecedent ou au conſequent, doublant ces $4\frac{1}{4}$ mois, vient 9 mois. Or ſi 40 moulins travaillent pendant 9 mois, ils moudront une plus grande quantité de bled que s'ils ne travailloient que $4\frac{1}{2}$ mois : par conſequent puiſqu'il exige un plus grand conſequent, ce terme $4\frac{1}{2}$ mois appartient à l'antecedent.

On doit bien remarquer qu'il doit y avoir proportion entre tous les termes, car ſans cela la queſtion ſeroit impoſſible. Si on ſuppoſoit, par exemple, que 30 Boulangers travaillant à 20 fours, euſſent fait 1000 rations de pain, & que l'on voulût ſçavoir combien 50 autres Boulangers travaillant à 25 fours de même grandeur que les premiers, feroient de

rations ; on voit que 30 Boulangers ne ſont point à 20 fours, comme 50 Boulangers à 25 fours : par conſequent cette queſtion eſt impoſſible.

On remarquera auſſi que l'on peut propoſer des termes qui ne ſervent ni à l'antecedent ni au conſequent : & en ce cas on doit les éviter. Si on ſuppoſoit, par exemple, que 50 Tailleurs avec chacun 20 paires de cizeaux euſſent coupé 300 habits, combien 75 autres Tailleurs avec chacun 30 paires de cizeaux, en couperoient-ils ?

On voit évidemment que le nombre des cizeaux ne contribuent point à faire avancer l'ouvrage de chaque Tailleur, puiſqu'ils ne peuvent en employer qu'une paire à la fois : par conſequent on les negligera, & la queſtion ſe réduira à ſçavoir, combien 75 Tailleurs couperont d'habits, ſur le même pied que 50 en ont coupé 300.

DES REGLES

DE COMPAGNIE OU DE SOCIETE'.

LA Regle *de Compagnie*, n'eſt qu'une conſequence des proportions. Elle ſe pratique parmi ceux qui s'aſſocient pour faire quelque commerce enſemble, ou pour jouer : leſquels Aſſociés partagent le profit ou la perte qui ſe trouve à la Societé, à proportion de ce qu'ils auront mis chacun en particulier.

Pour l'operation de cette Regle, il faut ajouter toutes les miſes enſemble, leſquelles forment le premier terme de l'analogie ; le ſecond terme eſt le profit ou la perte que la Societé aura faite ; le troiſiéme terme eſt compoſé de la miſe particuliere de celui, dont on veut trouver le gain ou la perte ; le quatriéme terme proportionnel donne ce que doit porter de benefice ou de perte la miſe qui eſt placée au troiſiéme terme de l'analogie.

EXEMPLE.

On ſuppoſe que trois perſonnes ayent fait le fond d'une Banque de Pharaon, qui eſt de 13600 liv. & qu'au bout d'un certain temps cette Banque ait produit 30000 liv. de benefice : on demande ce que chacun doit retirer en particulier, à proportion de l'argent qu'il

a riſqué : le premier ayant mis 6000 liv. le ſecond 4000 liv. & le troiſiéme 3600 liv.

Placez les trois miſes dans l'ordre naturel, pour en faire l'addition, la ſomme de cette addition eſt 13600 liv. qui ſervira de premier terme aux trois Regles de Trois que l'on eſt dans l'obligation de faire pour trouver les trois gains particuliers.

Poſez au ſecond terme 30000 liv. gain total, & au troiſiéme terme 6000 liv. premiere miſe, le quatriéme terme proportionnel 13235 liv. 5 ſ. 10 $\frac{10}{17}$, ſera le benefice de celui qui a mis 6000 liv. lequel on écrira vis à vis 6000 l.

Je formerai ſeulemeut les trois analogies ſans en faire le calcul ; parceque l'execution eſt la même qu'aux Regles de Trois.

Si 13600 liv. gagn. 30000 liv. comb. 6000 l.

rep. 13235 liv. 5 ſ. 10 $\frac{10}{17}$.

Pour trouver le benefice du ſecond qui a mis 4000 liv. on formera cette ſeconde analogie.

Si 13600 liv. gagn. 30000 liv comb. 4000 l.

rep. 8823 liv. 10 ſ. 7 $\frac{1}{17}$.

Et pour avoir le gain du troiſiéme qui a mis 3600 liv.

Si 13600 liv. gagn. 30000 liv. comb. 3600 l.

rep. 7941 liv. 3 ſ. 6 $\frac{6}{17}$.

Premier	6000:	13235 l.	5 ſ.	10 $\frac{10}{17}$
Second	4000	8823	10	7 $\frac{1}{17}$
Troſiéme	3600	7941	3	6 $\frac{6}{17}$
	13600:	30000	0	00

Si on fait l'addition de ces trois gains particuliers placés vis à vis de leurs miſes, viendra 30000 liv. gain total, laquelle ſomme démontre que le calcul eſt juſte.

La raiſon de cette operation eſt très-facile à concevoir, & cela parceque la miſe totale eſt au gain total, comme chaque miſe particuliere eſt à ſon gain particulier; ce qui eſt cauſe que dans le calcul des Compagnies, le premier terme & le ſecond des Regles de Trois ſont toujours les mêmes.

Remarquez que ſi à la miſe de quelques-uns des Intereſſés, il y avoit livres, ſols & deniers, il faudroit convertir les trois miſes en deniers, & le reſte, &c.

SCOLIE.

Il y a autant d'analogies à faire, qu'il y a d'Intereſſés à la Societé.

Réflexions ſur les Compagnies par temps.

Je me ſuis ſouvent étonné que tous ceux qui ont écrit ſur ces ſortes de Compagnies, n'ayent pas remarqué que leurs manieres de les concevoir n'étoient pas juſtes. Car, diſent-

ils, multipliez chaque miſe par ſon temps, pour avoir des produits, qui ajoutés enſemble faſſent le premier terme de la Regle de Trois, & le reſte &c.

Comme ils ſuppoſent que les miſes ſe font dans le même temps, l'argent de chacun en particulier ne profite que pendant le temps qu'il reſte à la Societé, & le profit que cet argent a fait reſte à la Compagnie, juſqu'à ce que le temps des autres Aſſociés ſoit expiré, lequel profit contribue à en faire de nouveaux, & ne produit aucun benefice à celui qui a retiré le fond qu'il avoit à la Societé: ce qui n'eſt pas juſte.

Suppoſons, par exemple, que trois perſonnes mettent en Societé; ſçavoir le premier 4000 liv. pour trois mois; le ſecond 2000 liv. pour 9 mois; & le troiſiéme 1000 liv. pour 15 mois.

Multipliant chaque miſe par ſon temps, le premier 4000 l. étant multiplié par 3 m. vient 12000 : il eſt à préſumer que la Compagnie a fait quelque benefice au bout de ces trois mois: ce premier qui a mis 4000 liv. laiſſe ſon benefice à la Societé pendant 12 mois, ſans qu'elles lui produiſent aucun gain en particulier.

Pour le ſecond, multipliant 2000 liv. par 9 mois, vient 18000 l. il eſt évident qu'au bout de 9 mois le gain du ſecond qui reſte encore à la Societé pendant 6 mois ne lui rapporte rien : ainſi ces deux premiers qui laiſſent leurs

gains à la Societé ; font ſeulement le gain du troiſiéme.

Pour que la methode de calculer ces Compagnies ſubſiſte, il faudroit que celui qui a mis, par exemple, 1000 l. pour 15 mois, commençât à faire profiter ſeul ces 1000 liv. pendant 6 mois. Après ces 6 mois expirés, celui qui a mis 2000 liv. pour 9 mois, devroit ajouter ces 2000 liv. à la miſe du premier, pour les faire profiter enſemble pendant 6 autres mois ; après lequel temps, le premier qui a mis 4000 liv. pour 3 mois, ajouteroit ces 4000 liv. aux deux miſes precedentes, & il faudroit que les trois Aſſocies fiſſent profiter enſemble leurs fonds pendant 3 mois, & en ce cas on multiplieroit les miſes par leurs temps.

Mais ſi les miſes ſe faiſoient en même temps, il faudroit que les Aſſociés partageaſſent à chaque mutation. c'eſt-à-dire qu'à l'égard de celui qui met 4000 liv. pour 3 mois, au bout de ces trois mois la Compagnie doit évaluer les effets appartenans à la Societé, & donner le benefice avec le capital au premier Intereſſé. Pour les deux Reſtans ils feroient profiter leur Commerce enſemble pendant 6 mois, après lequel temps ils feroient encore leurs partages, & celui qui eſt intereſſé pour 9 mois retirera ſon fonds avec ſon benefice ; par ce moyen on ne multipliera point chaque miſe par ſon temps, & le calcul s'en fera comme au premier exemple.

REGLE

REGLE DE COMPAGNIE

POUR LES FERMIERS GENERAUX.

LEs Fermiers Generaux s'intereſſent ordinairement à un tel denier par liv. pour les Fermes qu'ils prennent du Roy, leſquels differens deniers compoſent ordinairement 20 ſols que contient la livre.

EXEMPLE.

Je ſuppoſe que cinq Fermiers Generaux ayent pris la Ferme du Controle, qui eſt à 12000000 liv. & que le premier s'intereſſe à la Societé à 5 ſols par liv. le ſecond à 2 ſols, le troiſiéme à 4 ſols, le quatriéme à 8 ſols, le cinquiéme à 1 ſ. ſçavoir combien chacun doit avancer à proportion de ce qu'il eſt intereſſé à la Societé.

Placez ces differens ſols les uns ſous les autres, ainſi que vous les voyez à l'operation ſuivante, & en faites l'addition: ſon produit 20 ſervira de premier terme à la Regle de Trois; le ſecond terme ſera la ſomme totale 12000000, & le troiſiéme terme le nombre des ſols pour livres, auſquels eſt intereſſé celui, dont on veut trouver l'avance: le quatriéme terme proportionnel donnera la ſomme que doit fournir celui qui occupe le 3ᵉ terme.

OPERATION.

Premier	5 ſ. . . .	3000000
Second	2	1200000
Troiſiéme	4	2400000
Quatriéme	8	4800000
Cinquiéme	1	600000
	20 ſ.	12000000 l.

On propoſe de ſçavoir ce que doit avancer celui qui eſt intereſſé à 5 ſols pour livres.

Dites pour cet effet, ſi 20 ſols ſont obligés d'avancer 12000000 liv. combien 5 ſols?

Multipliant 12000000 par 5 ſols (comme ſi 5 ſols étoient des entiers) & diviſant leur produit 60000000 par 20, le Quot. 3000000 ſera le quatriéme terme proportionnel, & par conſequent l'avance de celui qui eſt intereſſé à 5 ſols pour livres.

On en uſera de même pour tous les autres Intereſſés à la Societé.

COROLLAIRE.

Si on conſideroit 5 ſols comme le quart de la livre, on peut ſans former d'analogie, prendre le quart du capital 12000000: vient trois millions pour l'avance de celui qui eſt intereſſé à 5 ſols pour liv. de même que par la Regle de Trois.

Pour celui qui eſt intereſſé à 2 ſols pour liv.

on prendra le dixiéme de 12000000 : parceque 2 ſols eſt le dixiéme de 20 ſols : viendra 1200000 pour l'avance de celui qui eſt intereſſé à 2 ſols.

Celui qui eſt intereſſé à 4 ſols, avancera le double de celui qui eſt intereſſé à 2 ſ. Celui qui eſt intereſſé à 8 ſols, avancera le double de celui qui eſt intereſſé à 4 ſ. & celui qui eſt intereſſé à 1 ſ doit avancer la moitié de celui qui eſt intereſſé à 2 ſols.

On trouvera par ce moyen les avances de chacun en particulier, ſans former aucune analogie.

Additionnant ces differentes ſommes que chacun eſt obligé d'avancer en particulier, viendra 12000000, leſquels prouvent que cette operation eſt juſte.

Il n'y aura aucune difficulté dans l'operation, quand il s'y trouveroit des ſols & deniers dans les miſes particulieres ou dans la ſomme totale. Il faudroit multiplier la ſomme totale par les ſols & deniers, en conſiderant les ſols comme entiers & les deniers comme parties aliquotes des ſols, & diviſer leur produit par le premier terme 20.

Il peut arriver qu'après la Societé faite, dont les differens deniers font 20 ſols, l'on reçoive encore quelques Intereſſés, comme, par exemple, ſi on vouloit y mettre quelqu'un pour 3 ſols. En ce cas le premier terme de l'analogie ſeroit 23, qui ſerviroit de Diviſeur au

lieu de 20,& on multiplieroit la ſomme totale par les ſols, comme s'ils étoient des entiers, dont le produit ſeroit diviſé par 13. Les differens Quotiens ſeroient l'avance de chacun en particulier.

Il peut encore arriver que des cinq Aſſociés de l'exemple precedent, qui compoſent 20 ſols, il y en ait un qui ne puiſſe pas faire ſon avance, & que les autres Aſſociés ſoient obligés de la faire pour lui. En ce cas au lieu de diviſer par 20, premier terme de la Regle de Trois, il faut diviſer par 20 ſ. moins les ſols pour livres, auſquels celui qui manque eſt intereſſé. Par exemple ſi celui qui manque eſt intereſſé à 1 ſol pour liv. il faudroit diviſer par 19 au lieu de 20, parceque le premier terme de l'analogie ne ſeroit que 19; n'étant plus que 4 Aſſociés au lieu de 5 qu'ils étoient, & que leurs differens ſols pour livres, auſquel ils ſont intereſſés ne font que 19.

SCOLIE.

On ſuivra le même ordre pour diſtribuer le benefice, s'il y en a, à chacun des Intereſſés à la Societé, que celui que l'on a tenu pour trouver les avances de chacun en particulier.

DES REGLES D'INTÉREST.

ON appelle *Regle d'Intereſt*, une Regle qui enſeigne à trouver le profit qu'une ſomme d'argent produit de rente, ou à un tel denier, ou à tant pour cent pendant un temps déterminé.

Ce que l'on entend par un tel denier, comme le denier 25, le denier 30, le denier 40, veut dire que de 25 liv. de 30 liv. ou de 40 liv. on a une livre de rente par chaque année.

Et ce que l'on entend à tant pour cent, par exemple à 2 p. $\frac{0}{0}$, à 2 $\frac{1}{2}$ p. $\frac{0}{0}$, à 3 p. $\frac{0}{0}$; c'eſt-à-dire que de cent on a 2 liv. 2 liv. $\frac{1}{2}$ ou 3 liv. de rente par an.

On obſervera que 2 p. $\frac{0}{0}$ eſt la même choſe qu'au denier 50, parcequ'il y a 2 fois 50 en 100: à 2 $\frac{1}{2}$ p. $\frac{0}{0}$ eſt la même choſe qu'au den. 40, puiſque 40 eſt contenu 2 $\frac{1}{2}$ fois en 100.

EXEMPLE.

Soit propoſé de trouver l'intereſt de 7896 liv. 16 ſols 4 den. au denier 25, pendant l'eſpace de 12 ans, 7 mois, 18 jours.

Pour trouver l'intereſt d'un an, formez cette analogie. Si 25 liv. donnent une liv. de

rente, combien 78965 liv. 16 ſ. 4 deniers? Le quatriéme terme proportionnel 3158 liv. 12 ſ. 7 $\frac{21}{25}$, donne le revenu d'un an.

Pour avoir l'intereſt pendant 12 ans 7 mois 18 jours, ſur le pied de 3158 liv. 12 ſ. 7 $\frac{21}{25}$; formez cette analogie. Si un an donne 3158 l. 12 ſ. 7 $\frac{21}{25}$, combien 12 ans 7 mois 18 jours? Le quatriéme terme proportionnel 39904 l. 1 ſ. 2 $\frac{92}{175}$, donne la réponſe à la queſtion.

Pour faire cette operation, il faut multiplier l'intereſt d'un an 3158 liv. 12 ſ. 7 $\frac{21}{25}$, par 12 ans en commençant par la Fraction des deniers, diſant 12 fois $\frac{21}{25}$ font $\frac{252}{25}$, qui valent 10 entiers & $\frac{2}{25}$: poſez $\frac{2}{25}$ ſous la Fraction, & retenez 10 deniers. Enſuite paſſant aux deniers, dites 12 fois 7 valent 84, & 10 de retenus font 94 den. poſez 10 den. & retenez 7 ſols; paſſant aux ſols, dites 12 fois 12 font 144, & 7 de retenus valent 151 ſ. leſquels font 7 liv. 11 ſ. poſez 11 ſ. & retenez 7 liv. Multipliez de même 3158 par 12, & ajoutez 7 de retenus au produit, vient 37903; d'où il ſuit que l'intereſt de 12 ans eſt 37903 l. 11 ſ. 10 $\frac{2}{25}$. Agiſſez pour 7 mois, en prenant pour 6 la moitié de l'intereſt d'un an, par conſequent la moitié de 3158 liv. 12 ſ. 7 $\frac{21}{25}$, vient 1579 liv. 6 ſ. 3 $\frac{23}{25}$. Pour le mois reſtant prenez la ſixiéme partie du produit de 6 mois, vient 263 liv. 4 ſ. 4 $\frac{42}{75}$. Prenez pour 15 jours des 18 jours propoſés, la moitié de 263 liv. 4 ſ. 4 $\frac{42}{75}$ (parceque dans le calcul des intereſts on conſidere les mois comme com-

posés de 30 jours) vient 131 liv. 12 s. 2 $\frac{49}{150}$, & pour les 3 jours restans la cinquiéme partie du produit de 15 jours, vient 26 liv. 6 s. 5 $\frac{199}{750}$. Additionnant cette Multiplication, le produit sera l'interest cherché; parceque 1, premier terme de l'analogie ne divise point.

Si 1 an produit 3158 liv. 12 s. 7 $\frac{21}{25}$, com. 12 ans 7 m. 18 jours?

12 ans	37903	11	10 $\frac{2}{25}$
6 mois	1579	6	3 $\frac{23}{25}$
1 mois	263	4	4 $\frac{49}{75}$
15 jours	131	12	2 $\frac{49}{150}$
3 jours	26	6	5 $\frac{199}{750}$
total	39904 l.	1 s.	2 d. $\frac{92}{375}$

On peut s'assurer si cette operation est juste en ôtant de 25 ans, 12 ans 7 mois 18 jours (parceque dans 25 ans au denier 25, l'interest égale le capital) il reste 12 ans 4 mois 18 jours. Si on multiplie l'interest d'un an 3158 liv. 12 s. 7 $\frac{21}{25}$ par 12 ans 4 mois 12 jours, & le produit de cette Multiplication 39061 l. 15 s. 1 d. $\frac{283}{375}$ étant ajouté à 39904 liv. 1 sol 2 $\frac{92}{375}$, produit de la premiere operation, & si ces deux sommes égalent le capital 78965 l. 16 s. 4 d. on sera assuré que la premiere operation est bien faite.

Cette maniere de calculer les interests, quoique ordinaire, ne me paroît pas exacte.

& cela parceque l'intereſt d'un an, qui eſt 3158 liv. 12 ſ. 7 $\frac{21}{25}$, devroit produire de l'intereſt la ſeconde année. Il faudroit pour en faire le calcul ajouter cet intereſt d'un an au capital 78965 liv. 16 ſ. 4 den. & diviſer leur ſomme 82124 l. 6 ſ. 11 $\frac{21}{25}$ par 25, le Quotieut donneroit l'intereſt de la ſeconde année, ainſi de ſuite juſqu'à la douziéme année. Comme je me propoſe de donner une formule pour calculer les intereſts dans le dernier livre, je n'en parlerai pas davantage.

Si on propoſoit d'autres intereſts comme au denier 25 $\frac{3}{4}$ ou 30 $\frac{5}{6}$, &c. on diviſeroit par 25 $\frac{3}{4}$ ou 30 $\frac{5}{6}$ la ſomme conſtituée. Le Quotient donneroit l'intereſt d'un an qu'il faudroit multiplier par le temps propoſé.

Exemple d'un intereſt à tant p. $\frac{0}{0}$.

On demande quel eſt l'intereſt de 47967 l. 17 ſ. 4 den. à 2 $\frac{1}{2}$ p. $\frac{0}{0}$ par an ?

Pour trouver cet intereſt, formez cette analogie. Si 100 donne 2 $\frac{1}{2}$, combien 47967 liv. 12 ſ. 4 den. Le quatriéme terme proportionnel 1199 liv. 3 ſ. 11 $\frac{1}{3}$ ſera le revenu d'un an.

100 : 2 $\frac{1}{2}$ :: 47967 liv. 17 ſ. 4 d. : *x*

95935	14	8
23983 :	18	8
1199|19	13	4
3|93		
11|20		

DES CHANGES

DE FRANCE.

LEs Changes qui ſe font en France d'une Ville à une autre, s'executent par la Regle de Trois, ainſi que l'intereſt à tant p. $\frac{0}{0}$; comme ces Regles n'ont aucune difficulté particuliere, je n'en mettrai point d'exemple.

De la maniere de conſtruire un Tarif pour ſervir à l'impoſition des Tailles, ou autre diſtribution quelconque, où pluſieurs perſonnes ſont intereſſées.

Ce Tarif ſe conſtruira par le moyen de la Regle de Trois, en mettant au premier terme la ſomme totale que l'on payoit l'année precedente, ſi c'eſt pour l'impoſition des Tailles; au ſecond terme, l'augmentation ou la diminution ordonnée par le Roy; au troiſiéme terme une ſomme quelconque. Le quatriéme terme proportionnel donnera l'augmentation ou la diminution de la ſomme ſuppoſée au troiſiéme terme. On prendra enſuite ſur ce quatriéme terme toutes les parties proportionnelles juſqu'à un denier, & le Tarif ſera conſtruit pour s'en ſervir dans l'occaſion.

EXEMPLE.

On ſuppoſe que le Roy donne une augmentation de 6000 liv. à une Generalité qui payoit l'année derniere 60000 liv. On demande quelle augmentation doit avoir un Village qui payoit l'année derniere 1500 livres?

Dites par Regle de Trois, ſi 60000 livres portent d'augmentation 6000 liv. combien 1500 livres? Viendra pour quatriéme terme proportionnel 150 liv. c'eſt-à-dire que le Village qui payoit l'année derniere 1500 liv. doit avoir d'augmentation 150 liv. par conſequent 1650 liv. eſt l'impoſition qui convient à ce Village à proportion de l'augmentation cherchée.

Ayant trouvé que 1500 liv. portent 150 liv. d'augmentation, on concevra que 500 l. tiers de 1500 liv. porteront 50 liv. tiers de 150 liv. que 1000 liv. porteront le double de 500 liv. que 100 liv. doivent avoir le cinquiéme de 500 liv. c'eſt-à dire le cinquiéme de 50 livres, qui eſt 10.

On placera ces differentes augmentations vis à vis les ſommes qui les produiſent, comme il ſe voit par l'operation ſuivante.

TARIF.

1500 l.	150 l.		4 l.	8 s.	
1000	100		3	6	
900	90		2	4	
800	80		1	2	
700	70		10 s.	1 :	
600	60		9	0 : 10 d.	$\frac{4}{5}$
500	50		8	9	$\frac{3}{5}$
400	40		7	8	$\frac{2}{5}$
300	30		6	7	$\frac{1}{5}$
200	20		5	6	
100	10		4	4	$\frac{4}{5}$
50	5		3	3	$\frac{3}{5}$
40	4		2	2	$\frac{2}{5}$
30	3		1	1	$\frac{1}{5}$
20	2		6 d.		$\frac{4}{10}$
10	1		5		$\frac{3}{10}$
9	0 :	18 s.	4		$\frac{2}{10}$
8		16	3		$\frac{1}{10}$
7		14	2		
6		12	1		
5		10			

Pour ſe ſervir de ce Tarif, il faut prendre les termes qui conviennent, leſquels doivent compoſer la ſomme à laquelle on veut donner une augmentation proportionnelle : faiſant l'addition de ces ſommes, leur produit ſera l'augmentation cherchée.

Suppoſons, par exemple, qu'un homme payât de taille l'année precedente 459 l. 16 ſ. 6 den. & que l'on voulût ſçavoir quelle ſeroit ſon augmentation par le moyen du Tarif precedent. Prenez dans ce Tarif toutes les ſommes convenables pour compoſer 459 liv. 16 ſ. 6 den. en commençant par 400, dont l'augmentation eſt de 40: enſuite par celle de 50, qui eſt de 5 liv. Prenez celle de 9 liv. qui eſt 18 ſ. puis celle de 10 ſ. qui eſt 1 ſ. celle de 6 ſ. qui eſt $7\frac{1}{5}$, & celle de 6 den. qui eſt $\frac{3}{5}$. Additionnant toutes ces differentes ſommes, leur produit donnera 45 liv. 19 ſ. 7 d. $\frac{4}{5}$, ainſi qu'il ſe voit par le calcul ſuivant, laquelle ſomme ſera l'augmentation de celui qui payoit l'année precedente 459 liv. 16 ſols 6 den.

400 liv.			40 liv.		
50			5		
9				18 ſ.	
0	10 ſ.			1	
0	6			0	$7\frac{1}{5}$
0	0	6 d.			$\frac{3}{5}$
459 liv.	16 ſ.	6 d.	45 l.	19 ſ.	$7\frac{4}{5}$

Si on ajoute cette augmentation 45 l. 19 ſ. $7\frac{4}{5}$ à celle qu'il payoit l'année derniere 459 l. 16 ſ. 6 den. viendra 505 liv. 16 ſ. $1\frac{4}{5}$ pour la ſomme à laquelle il doit être impoſé.

Si le Roy avoit accordé une diminution de 6000 liv. au lieu d'augmentation, il fau-

droit ſouſtraire 45 liv. 19 ſols $7\frac{4}{5}$ de 459 liv. 16 ſols 6 den. le reſtant 413 liv. 16 ſols $10\frac{1}{5}$ ſeroit celle à laquelle ce particulier devroit être impoſé.

Si ce Tarif avoit été conſtruit pour une banqueroute, on prendroit de même les parties proportionnelles; & celle qui a ſervi d'augmentation ſeroit ce qui reviendroit à celui qui auroit compoſé les parties proportionnelles au lieu de la ſomme totale. Par exemple ſi une perſonne étoit intereſſée pour 459 l. 16 ſ. 6 den. à une banqueroute de 60000 liv. où il ne reſte que 6000 liv. aux Creanciers, cette perſonne ne retireroit que 45 liv. 19 ſols $7\frac{4}{5}$, & perdroit par conſequent 413 liv. 16 ſ. $10\frac{1}{5}$.

On ſe ſervira de ce Tarif pour toutes les diſtributions quelconques, ſuivant cette augmentation de 6000 liv. ſur 60000 liv. & à l'explication pour en conſtruire d'autres.

Pour s'aſſurer que le Tarif precedent eſt bien conſtruit, il faut additionner enſemble toutes les ſommes, deſquelles on a pris toutes les parties proportionnelles: viendra 7197 liv. 16 ſols 9 den. additionnez enſemble toutes les parties proportionnelles: viendra 719 liv. 15 ſ. $8\frac{1}{10}$. On formera enſuite cette Regle de Trois, en diſant: ſi 7197 liv. 16 ſols 9 d. produiſent d'augmentation 719 liv. 15 ſols $8\frac{1}{10}$, combien 1500 livres? L'operation étant faite à l'ordinaire, viendra pour quatriéme terme propor-

tionnel 150 l. qui eſt l'augmentation de 1500 l. comme à la premiere operation.

Il faudra auſſi verifier la premiere Regle de Trois, qui a ſervi d'origine pour la conſtruction de ce Tarif.

DES TROQUES.

LOrſque l'on veut échanger ou troquer quelques marchandiſes contre d'autres marchandiſes, on ſe ſert ordinairement des proportions pour conſerver l'égalité entre les prix des marchandiſes.

On ſuppoſe, par exemple, que deux Marchands veulent troquer enſemble. L'un a du Drap qu'il vent, argent comptant, 30 l. l'aune; mais en troque il l'eſtime 45 liv. L'autre a de la Serge qu'il vent, argent comptant, 5 liv. l'aune: ſçavoir combien il doit l'eſtimer en troque.

Formez cette analogie: Si 30 l. argent comptant, valent en troque 45 liv. combien 5 liv. argent comptant, vaudront-ils en troque? Le quatriéme terme proportionnel ſera 7 l. 10 ſ. c'eſt-à dire que celui qui a de la Serge, doit l'eſtimer 7 liv. 10 ſols l'aune en troque.

Il eſt très-eſſentiel de changer des marchandiſes pour une même ſomme: car ſans cela cette methode ne ſeroit pas juſte. Si par

exemple le Marchand de Drap changeoit 4 aunes de Drap contre 4 aunes de Serge, le prix de 4 aunes de Drap eſt 180 liv. ſur le pied de 45 liv. l'aune, & le prix de 4 aunes de Serge eſt de 30 liv. ſur le pied de 7 l. 10 ſ. l'aune. En ce cas celui qui a troqué de la Serge devroit encore 150 liv. au Marchand de Drap, lequel auroit par conſequent la Serge pour rien, & voleroit au Marchand de Serge encore 30 l. parceque les 4 aunes de Drap ne valent que 120 liv. argent comptant.

AUTRE EXEMPLE.

Si on vouloit, par exemple, troquer une Montre contre une Tabatiere; que la Montre eût coûté en argent 300 liv. & la Tabatiere 50 liv. ſi celui à qui appartient la Montre l'eſtimoit en troque 600 liv. ſçavoir combien doit valoir la Tabatiere?

Faiſant la Regle de Trois ſuivant les methodes ordinaires, en diſant, ſi 300 liv. argent comptant, valent 600 liv. en troque, combien 50 liv. argent comptant, vaudront-ils en troque? Le quatriéme terme proportionnel 100, ſera le prix de la Tabatiere.

Il eſt très-évident que celui qui troque ſa Montre ſur ce pied, a la Tabatiere pour rien, & 200 livres de plus que ſa Montre ne lui a coûté, ce qui n'eſt pas juſte.

Pour entretenir une parfaite égalité, il faut que celui qui a la Tabatiere, augmente

de la même ſomme que l'autre, c'eſt-à-dire que ſa Tabatiere qui lui coûte 50 liv. doit être eſtimée 350 liv. dans le temps que celui qui veut troquer ſa Montre de 300 liv. l'eſtime 600. De même dans le premier exemple celui qui a de la Serge qui vaut 5 livres l'aune, doit l'eſtimer 20 liv. dans le temps que l'autre eſtime ſon Drap 45 liv. qui n'en vaut que 30, ſi ces Marchands troquoient une pareille quantité d'aunes; ce qui fait connoître que l'on ne doit jamais ſe ſervir des principes ordinaires, que lorſque l'on troque pour une même ſomme.

DES REGLES

D'ESCOMPTE.

IL y a de deux ſortes d'*Eſcomptes*, ſçavoir l'Eſcompte des Billets, Liquidations, &c. qui ne ſont pas conçûs pour achat de marchandiſes; & l'autre Eſcompte eſt conçû pour achat de marchandiſes.

Pour tous les effets à eſcompter, dont l'origine n'eſt point conçûe pour marchandiſes, l'Eſcompte s'en fait en mettant au premier terme d'une Regle de Trois 100 liv. au ſecond terme ce que lon reçoit, ou ce que l'on paye de 100 liv. au troiſiéme terme la ſomme totale à eſcom-

à eſcompter : le quatriéme terme proportionnel donnera ce que cette ſomme produira.

L'Eſcompte des Billets conçûs pour marchandiſes, eſt un certain gain que l'on fait lorſque l'on paye avant le terme de l'échéance : on ajoute ce que le débiteur gagne par 100 avec 100, pour avoir le premier terme de la Regle de Trois. On poſe au ſecond terme 100, & au troiſiéme terme la ſomme portée par le billet. Le quatriéme terme proportionnel donnera ce que doit payer le débiteur à ſon creancier, au lieu de la ſomme ſpecifiée dans le billet. La raiſon de cette augmentation ſur 100 pour premier terme, eſt fondée ſur ce que les billets portant valeur reçûe en marchandiſes, ont un mois de droit au de là de leur terme, lequel mois s'appelle mois d'échéance, ſans que le creancier puiſſe exiger le payement de ſon débiteur.

Exemple d'un Eſcompte de Liquidation.

Je ſuppoſe que l'on ſouhaite eſcompter une Liquidation de 7540 liv. de laquelle on reçoit $22\frac{1}{2}$ p. $\frac{0}{0}$, ſçavoir quelle ſomme produira cette Liquidation. Formez cette analogie ; ſi de 100 on ne reçoit que $22\frac{1}{2}$, combien recevra-t-on de 7540 liv. le quatriéme terme proportionnel 1696 liv. 10 ſols ſera le nombre cherché.

Si 100 donne 22 $\frac{1}{2}$, combien 7540

15080
15080
3770

1696|50
1696l.10

Pour l'analogie de la preuve, dites, ſi ſur 100 on pert 77 $\frac{1}{2}$, combien perdra-t-on ſur 7540 ? Le quatriéme terme proportionnel 5843 liv. 10 ſ. eſt la perte cherchée, laquelle étant ajoutée à 1696 liv. 10 ſ. que l'on reçoit de cette Liquidation, donne 7540 liv.

Exemple d'un Eſcompte conçu pour marchandiſes.

On ſuppoſe qu'une perſonne ait acheté pour 15000 liv. de marchandiſe, qu'il ne doit payer que dans un an. Mais il convient avec le Vendeur que s'il le peut payer avant ce temps, le Vendeur lui diminuera 10 p. $\frac{0}{0}$ par an, c'eſt-à-dire que l'Acheteur a la liberté d'eſcompter ces 15000 liv. ſur le pied de 10 p. $\frac{0}{0}$ par an. Suppoſant que le débiteur voulût ſe liberer avec ſon creancier le même jour de l'achat, ſçavoir quelle ſomme ce débiteur devroit payer au Vendeur.

Ajoutez 10, prix de l'Eſcompte, à 100, vient 110 pour premier terme de l'analogie : poſez au ſecond terme 100 : poſez au troiſiéme terme la ſomme totale 15000 : le quatrié-

me terme proportionuel donnera 13636 l. 7 ſ. $3\frac{3}{11}$, qui eſt la ſomme que l'Acheteur doit fournir à ſon Creancier; ainſi que l'operation ſuivante le fait voir.

Si 110 donne 10; comb. 150000: x

13636 7: $3\frac{3}{11} = x$

Pour s'aſſurer ſi cette operation eſt juſte, on formera cette autre analogie: ſi ſur 110 l. le débiteur gagne 10 l. combien gagnera-t-il ſur 15000 livres? L'operation étant faite il vient au quatriéme terme 1363 liv. 12 ſols $8\frac{8}{11}$ pour le gain du débiteur, en payant le même jour de l'achat, lequel gain étant ajouté à 13636 liv. 7 ſols $3\frac{3}{11}$ font 15000, ſomme totale qu'il falloit trouver.

1363: 12 $8\frac{8}{11} = x$

Si après quelque temps ecoulé, l'Acheteur vouloit payer le Vendeur, par exemple quatre mois après le jour de l'achat, il faudroit premierement trouver le prix de l'Eſcompte pour 8 mois, parcequ'il y auroit encore 8 mois à écheoir pour le terme du billet; puiſqu'il eſt à un an de terme, ſur le pied de 10 p. % l'Eſcompte. Pour avoir le prix de cet Eſcompte pour 8 mois, faites cette analogie: Si 12 mois donnent 10 liv. combien 8 mois? Viendra pour reponſe $6\frac{2}{3}$, qui ſera le prix de l'Eſcompte; lequel on ajoutera à 100 pour avoir le premier terme de l'analogie $106\frac{2}{3}$, & le reſte &c.

DE LA TARE.

ON appelle Regle *de Tare*, celle qui enſeigne à ſéparer le poids de l'Embalage de quelque marchandiſe, d'avec ſon poids effectif.

Elle s'execute differemment ſelon les conditions réciproques que les Marchands font enſemble. Les uns ajoutent à 100 la valeur de la Tare, pour ſervir de premier terme d'une Regle de Trois, comme aux Eſcomptes des marchandiſes; au ſecond terme 100, au troiſiéme la quantité de la marchandiſe embalée avec le poids de l'embalage; le quatriéme terme donne préciſément la quantité que peſe le poids de ces marchandiſes.

D'autres ôtent la Tare de 100, dont le reſte ſert de ſecond terme de l'analogie : le premier terme 100, le troiſiéme terme la quantité embalée avec le poids de l'embalage; le quatriéme terme donne ce que l'on cherche. De quelque maniere qu'on la ſuppoſe, elle ne peut être qu'un corollaire des Eſcomptes precedens : c'eſt pourquoi je n'en mettrai aucun exemple.

DE LA REGLE D'ALIAGE.

CEtte Regle enſeigne à mélanger des choſes de different prix, en ſorte que ce mélange produiſe un compoſé qui ait une valeur déterminée, laquelle ſoit moyenne entre celles qui ſont differentes.

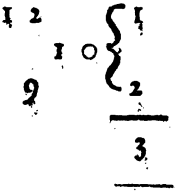
Pour faire cette operation, il faut prendre la difference du plus grand prix, au prix moyen: laquelle difference ſe poſe vis à vis un prix inferieur au prix moyen. Prenez la difference de ce prix inferieur au prix moyen, & placez cette difference vis à vis le plus grand; & s'il n'y a que deux ſortes de choſes à alier, on additionnera ces deux differences, & leur produit ſervira de premier terme de l'analogie.

On en uſera de même qu'aux Compagnies pour l'operation. Le premier terme ſera la ſomme des differences; le ſecond terme la quantité de la choſe que l'on veut faire d'un prix compoſé; le troiſiéme terme une des differences, & le quatriéme terme ſera ce que l'on doit mêler de l'eſpece placée vis à vis la difference poſée au troiſiéme terme de l'analogie. Des exemples éclairciront ces Regles.

EXEMPLE.

On ſuppoſe qu'un Cabaretier ait du vin à 12 ſols la pinte, & à 9 ſols: On demande combien il en doit mettre de chacun pour en faire une piece qui contienne 500 pintes, & que cette piece revienne à 250 liv.

On cherchera dabord ſur quel pied c'eſt la pinte en formant cette analogie : Si 500 pintes coutent 250 livres, combien une ? Viendra pour quatriéme terme proportionnel 10 ſols. Il ne s'agit plus que de trouver combien il en faut mettre de pintes de celui à 12 ſols, & de celui à 9 ſols pour en faire 500 pintes, qui reviennent à 10 ſols. Dites la difference du plus grand prix 12 au moyen 10 eſt 2, que vous poſerez vis à vis le 9, & la difference du plus petit 9 au moyen 10 eſt 1, que vous poſerez vis à vis 12. L'addition de ces deux differens eſt 3, c'eſt-à-dire que ſi on mêle une pinte à 12 ſols avec 2 à 9 ſ. viendra 3 pintes à 10 ſols chaque.



Pour trouver ce qu'il en faut mettre de celui à 12 ſols, formez cette proportion, ſi 3 donne 500, combien 1 ? Viendra 166 $\frac{2}{3}$ pintes

de celui à 12 ſ. que l'on mettra dans le tonneau; & pour trouver combien il en faut mettre de celui à 9 ſols, formez cette analogie.

Si 3 donne 500, combien 2? Le quatriéme terme 333 $\frac{1}{3}$ ſera la quantité des pintes qu'il faut mettre dans le tonneau de celui à 9 ſols, lequel ſe trouvera rempli d'un vin mêlé qui revient à 10 ſols la pinte, ce que l'on peut prouver en cette ſorte.

Multipliez 166 $\frac{2}{3}$ pintes par 12 ſ. vient 100 l. Multipliez 333 $\frac{1}{3}$ pintes par 9 ſ. vient 150 liv. ces deux prix ſont enſemble 250 liv. autant que 500 pintes à 10 ſols.

Si on avoit un plus grand nombre de choſes à allier, on prendroit de même la difference en obſervant de placer ces differences réciproquement, c'eſt-à-dire que celui du prix ſuperieur prêtera à l'inferieur, & que cet inferieur rendra à celui qui lui prête, & le reſte comme aux Compagnies.

Comme je me propoſe de donner dans le dernier livre des exemples d'Alliage par l'Algebre, leſquels j'enſeignerai à réſoudre d'une maniere plus generale & plus aiſée que par les methodes ordinaires, je n'en dirai pas davantage ici.

DU CALCUL

DU NOMBRE D'OR.

UNe periode ou révolution de 19 années ſolaires ſe nomme *Cicle Lunaire*, ou *Nombre d'Or*. Entre ces 19 années il y en a 7 de 13 Lunes chaque, leſquels on nomme *Année Emboliſmique*, & 12 de 12 Lunes chaque, que l'on nomme *année periodique* : d'où il eſt évident que ce nombre de 19 années compoſé 235 mois lunaires, au bout duquel temps les nouvelles Lunes arrivent les mêmes jours des mêmes mois qu'auparavant.

Pour trouver le Nombre d'Or d'une année propoſée, par exemple de l'année preſente 1723, ajoutez 1 à ce Nombre, & diviſez cette ſomme 1724 par 19, n'ayant aucun égard au Quotient. Le reſtant de cette Diviſion 14 donnera le Nombre d'Or de l'année preſente 1723.

$$\begin{array}{r|l} 1723 & \\ 1 & 19 \\ \hline 1734 & 90 \\ x = 14 & \end{array}$$

La raiſon pour laquelle on ajoute 1 au nombre des années, eſt fondée ſur ce que l'on comtoit 1 de Nombre d'Or à la Naiſſance de JESUS-CHRIST.

Ce Nombre s'appelle Nombre d'Or, parceque Methon Mathematicien à Athenes trouva cette periode ; & pour lui faire honneur on écrivit en gros caractere d'Or dans une des Places d'Athenes, NOMBRE DE METHON 19.

DE L'EPACTE.

ON appelle *Epacte*, la difference qu'il y a de l'année Solaire à l'année Lunaire, laquelle eſt plus courte que l'année Solaire d'environ 10 jours 21 heures ; mais pour l'ordinaire on prend 11 jours pour cette difference.

On trouvera l'Epacte d'une année propoſée en multipliant le Nombre d'Or par 11, & du produit qui viendra de cette Multiplication ôtez 11 (Nombre des jours retranchés par le Calendrier Gregorien) ce qui reſtera étant diviſé par 30, ſans avoir égard au Quotient, le reſte de cette Diviſion ſera l'Epacte de l'année propoſée.

Pour trouver l'Epacte de cette année 1723, dont le Nombre d'Or a été trouvé de 14,

multipliant 14 par 11, & du produit 154 ôtant 11 : le reſte 143 étant diviſé par 30 il reſtera 23 pour l'Epacte de l'année 1723.

$$\begin{array}{r} 14 \\ 11 \\ \hline 154 \\ 11 \\ \hline 143 \end{array} \left\{ \begin{array}{l} 30 \\ \hline x = 23 \end{array} \right. 4$$

Mais ſi le Nombre d'Or étoit 1, 2, ou 3, il faudroit ajouter 30 à ce Nombre d'Or, & retrancher 11 de cette ſomme : le reſtant donneroit l'Epacte cherchée.

DU CICLE SOLAIRE.

ON appelle *Cicle Solaire*, le tems que les Lettres Dominicales employent pour revenir dans le même ordre où elles étoient auparavant ; lequel tems eſt de 28 ans.

On trouvera le Cicle ſolaire d'une année propoſée en ajoutant 9 à ce nombre d'années, & le produit étant diviſé par 28, le reſtant de cette diviſion ſera le Cicle ſolaire cherché.

Pour trouver le Cicle ſolaire de l'année 1723, ajoutez 9 à ce nombre, viendra 1732,

leſquels étant diviſés par 28, le reſte 24 de cette diviſion ſera le Cicle ſolaire de l'année 1723.

Trouver par quel jour de la Semaine commence le premier Mars d'une année propoſée.

Prenez de l'année propoſée le quart (pour les années biſſextiles) ajoutez ce quart à l'année propoſée & 4 de plus; diviſez la ſomme de ces trois nombres par 7 & ſans avoir égard au Quotient le reſte marque le jour de la ſemaine où tombe le premier Mars, obſervant qu'au lieu des reſtans de cette diviſion, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, il faut prendre le Lundi, le Mardi, le Mercredi, le Jeudi, le Vendredi, le Samedi, & le Dimanche, s'il ne reſte rien.

Pour ſçavoir par quel jour de la ſemaine commence le mois de Mars de cette année 1723, prenez le quart de 1723, viendra 430: ajoutez 4 à ces deux ſommes, vient 2157, leſquels étant diviſés par 7, le reſte 1 de cette diviſion, montre que le premier Mars eſt un Lundi.

1723
430
4
2157 | 7
57 | 308
$x = 1$

Le premier, le 8, le 15, le 22, & le 29 de

chaque mois arrive les mêmes jours de la ſemaine ; c'eſt-à-dire que le premier Mars étant un Lundi, le 8, le 15, le 22 & le 29 ſeront auſſi un Lundi, ainſi de tous les autres mois.

DE LA FESTE DE PASQUES.

POur trouver le jour de *Pâques* d'une année propoſée, il faut avoir l'Epacte de cette année. Si cette Epacte eſt 23 ou au deſſous, il faudra l'ôter de 45 & le reſtant ſera le jour de Mars où Pâques doit arriver ſi ce jour eſt un Dimanche, ſinon Pâques ſera le Dimanche immediatement ſuivant.

Mais l'Epacte étant au deſſus de 23, on l'ôtera de 75 & le reſte donnera le jour que Pâques doit arriver ſi ce jour eſt un Dimanche ; ſinon il ſera le Dimanche immediatement ſuivant.

Pour trouver le quantiéme que doit arriver Pâques cette année 1723, dont l'Epacte eſt 23, ôtez 23 de 45, le reſtant 22 marque que Pâques doit arriver le 22, ſi ce 22 eſt un Dimanche. Mais comme il arrive un Lundi, Pâques ſera le Dimanche ſuivant qui eſt le 28.

Cette operation eſt fondée ſur ce que l'Epacte eſt l'âge de la Lune le premier Mars, & que l'Egliſe a fixé Pâques au premier Dimanche d'après l'équinoxe du printemps, à moins

que cet équinoxe n'arrivât un Dimanche, lequel ſeroit en ce cas le jour de Pâques.

On ne peut celebrer la Fête de Pâques plutôt que le 22 Mars, ni plus tard que le 25 Avril.

Pâques arriva le 22 Mars en 1598, en 1693, & n'y arrivera point avant l'année 1761. Pâques ne peut point arriver le 22 Mars que lorſque la Lettre Dominicale eſt D, & l'Epacte 23.

DE L'ANNÉE BISSEXTILE.

POur connoître ſi une année propoſée eſt Biſſextile, on diviſera cette année par 4. S'il ne reſte rien l'année eſt Biſſextile, & s'il reſte quelque choſe l'année n'eſt point Biſſextile. Par exemple l'année 1723 n'eſt point Biſſextile, parceque diviſant 1723 par 4, il reſte 3. Mais l'année prochaine 1724 étant diviſée par 4, il ne reſtera rien, ce qui montre qu'elle ſera Biſſextile.

Obſervez que cette Regle ne peut point ſervir pour 1700, 1800, 1900, quoique ces nombres ſoient meſurés par 4 ſans reſte, & cela parceque l'on ſuprime par le Calendrier Gregorien 3 jours Biſſextils ſur 400 ans.

FORMULE GENERALE

Pour le Calcul des Changes Etrangers.

JE ne prétend pas entrer dans un détail fort étendu, ni parler de tous les Changes de l'Europe, ne me propoſant autre choſe que de donner une formule generale par le moyen de laquelle on puiſſe cependant réſoudre toutes les queſtions que l'on peut propoſer ſur les Changes étrangers, ſoit pour voir l'égalité des Pays differens, ou pour s'inſtruire de l'avantage qu'il y a à remettre de place en place ce que l'on nomme Virement de Parties ou Arbitrage, étant perſuadé d'ailleurs que ceux qui s'appliqueront à cette formule, & qui la concevront à fond, ne ſe trouveront jamais arrêtez, puiſque ſon principe eſt univerſel.

Je commencerai après l'explication de cette formule à l'appliquer aux Changes de France avec Hollande, & à celui d'Hollande avec France. Je traiterai enſuite du Change de France avec Angleterre, & de celui d'Angleterre avec France Après quoi je donnerai un Virement par ces deux Pays, c'eſt à-dire une remiſe continuée de France en Hollande, de Hollande en Angleterre, & d'Angleterre en France. Je ferai voir enſuite la maniere de re-

mettre en Eſpagne avec un Virement de France par Hollande, Angleterre, Eſpagne, & revenir en France, par lequel je finirai ce premier Livre. Ceux qui voudront appliquer cette formule à tous les autres Changes de l'Europe, tant pour les Arbitrages que pour les Changes ſimples, en connoîtront plus parfaitement l'utilité & la beauté.

De l'Egalité des Changes.

On ne peut connoître l'égalité qu'il y a entre la monnoye de differens Pays, que ſur le *rapport intrinſec*. Ce que j'entend par rapport intrinſec, c'eſt l'examen que l'on fait d'une piece qui a cours dans un pays, avec une autre piece homogene à cette premiere piece, qui ait cours dans un autre pays. On examine premierement leurs poids, & enſuite le denier (qui marque l'affinage) ſi ces pieces ſont d'argent; ou le karat, ſi elles ſont d'or: & on trouve par ce principe l'égalité qu'il y a entre la monnoye d'un pays à un autre.

Si par exemple la Piaſtre qui a cours en Hollande pour 100 deniers de gros peſoit autant qu'un de nos Ecus de 7 liv. 10 ſols, & que ces deux pieces fuſſent affinées à un même denier, on auroit l'égalité entre 100 deniers de gros & 7 liv. 10 ſ. & ſur ce pied le Change de France pour Hollande devroit être à 40 deniers de gros pour un écu de 60 ſols. Mais

ſi le Roy diminuoit cet écu de 7 liv. 10 ſ. de moitié, c'eſt à-dire qu'il ne paſſât plus dans le Royaume que pour 3 l. 15 ſ. le Change devroit augmenter de moitié, & par conſequent devroit être à 80 deniers de gros pour un écu de 60 ſols.

Explication de la Formule generale.

On ordonnera toute la queſtion ſur deux colonnes, obſervant que le premier terme & le dernier ſoient toujours de même eſpéce; que le premier terme égale le ſecond, que le troiſiéme terme placé à la premiere colonne ſoit de même nature que le ſecond & égale le quatriéme, lequel ſe poſte à la ſeconde colonne; que le cinquiéme terme placé à la premiere colonne ſoit de même nature que le quatriéme, & égale au ſixiéme, ainſi de ſuite juſqu'au dernier, lequel eſt toujours la ſomme à remettre qu'il faut poſer à la ſeconde colonne. Et comme cette ſomme n'a aucun antecedent, on peut lui ſuppoſer x, lequel ſe mettra au deſſous de la premiere colonne, & qui marquera que le Diviſeur eſt la premiere colonne, quoique cette x ne ſoit pas fort utile; puiſque le Diviſeur eſt toujours la premiere colonne. On abregera enſuite ces deux colonnes, ainſi que l'on a fait aux Regles de Trois Compoſées, & la valeur de x donnera le nombre cherché.

De

De la maniere de compter en Hollande.

On compte en Hollande en livres, ſols & deniers de gros.

La livre de gros vaut 20 ſols de gros.

Le ſol de gros vaut 12 deniers de gros.

La livre de gros ſe diviſe en 6 florins; chaque florin vaut par conſequent 40 deniers de gros : puiſque ſix fois 40 den. de gros valent 240 den. de gros, valeur de la livre de gros.

Le Florin ſe diviſe en 20 Stuyvers ou ſols de florin, & chaque Stuyvers en 16 Phenins.

Il y a en Hollande argent de Banque & argent courant, l'argent de Banque excede le courant de 4 ou 5 p. $\frac{0}{0}$, ce qui hauſſe ou baiſſe ſelon l'abondance ou la rareté de l'Eſpece.

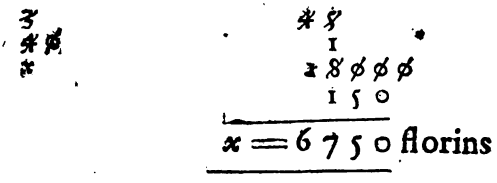
France donne un Ecu de 60 ſols pour recevoir en Hollande environ 42 $\frac{1}{2}$ deniers de gros.

Exemple d'une remiſe de France en Hollande.

On ſuppoſe avoir à remettre en Hollande une ſomme de 18000 liv. lorſque le Change de France pour Hollande eſt à 45 deniers de gros pour écu, ſçavoir combien cette ſomme fera recevoir de florins en Hollande ?

Commencez par la monnoye de France, & poſez 3 liv. valeur de l'écu dont on ſe ſert en change, au haut de la premiere colonne, & au haut de la ſeconde colonne mettez 45 deniers de gros, prix du Change, vous aurez formé la premiere égalité.

Pour avoir la ſeconde égalité, obſervez que le troiſiéme terme doit être de même eſpece que le ſecond, par conſequent des deniers de gros qui compoſent le florin : on poſera 40, quantité des deniers de gros, que vaut le florin à la premiere colonne, & à la ſeconde on poſera 1, c'eſt-à-dire que 40 deniers de gros égalent un florin. On poſera la ſomme à remettre 18000 ſous la ſeconde colonne, & x ſous la premiere. On operera pour le reſte ainſi que l'on a fait aux deux colonnes de la Regle de Trois Compoſée : viendra pour la valeur de x, 6750, quantité des florins à recevoir en Hollande.



$x = 6750$ florins

On s'aſſurera ſi le nombre 6750 florins eſt le veritable, en remettant à Paris ce nombre de florins ſur le pied de 45 den. de gros p. écu : & ſi cette ſomme produit argent de France 18000 liv. on ſera convaincu que la premiere operation eſt juſte. Commencez pour cet effet par la monnoye à remettre, en diſant 1 florin égale 40 deniers de gros en Hollande.

Pour la ſeconde égalité poſez à la premiere colonne 45 den. de gros & 3 liv. à la ſeconde ; mettez x ſous la premiere & 6750 ſous la ſe-

conde, & le reſte &c. La valeur de x eſt 18000 liv. ſomme remiſe en Hollande : ce qui prouve que la premiere operation eſt bien faite.

1		40
40		3
x		6750
3		8
3 x	=	54000
x	=	18000

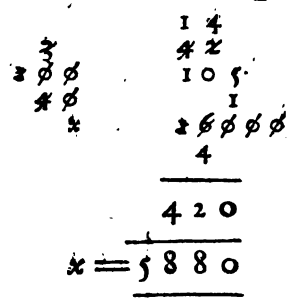
Autre exemple d'une remiſe de France en Hollande, dans laquelle il y a de l'argent de Banque à réduire en argent courant.

On propoſe de remettre 16000 liv. à Amſterdam, dans le temps que le Change de France pour cette Ville eſt à 42 deniers de gros de Banque pour écu ; l'Agio à 5 p. $\frac{0}{0}$: on demande combien on recevra en Hollande de florins courans.

Pour la premiere égalité, dites, 3 livres en France égalent 42 deniers de gros de Banque en Hollande.

Pour la ſeconde, dites, 100 deniers de gros de Banque en Hollande, égalent 105 deniers de gros courans.

Pour la troiſiéme, 40 deniers de gros courans en Hollande égalent 1 florin courant ; poſez ſous la premiere colonne x & 16000 ſous la ſeconde, & le reſte comme à la Regle de Trois Compoſée : vient pour la valeur de x 5880 florins courans à recevoir en Hollande.



$$x = 5880$$

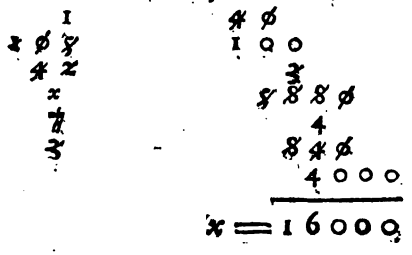
PREUVE.

On fera la preuve en remettant 5880 florins courans en France, le Change étant à 42 deniers de gros de Banque p. écu, & l'Agio à 5 p. $\frac{0}{0}$: cherchant combien cette ſomme de florins courans produit en France, ſi on trouve la ſomme remiſe en Hollande, la premiere operation eſt bien faite.

Pour la premiere égalité, 1 florin courant égale 40 deniers de gros courans.

Pour la ſeconde, 105 deniers courans égalent 100 deniers de gros de Banque.

Pour la troiſiéme, 42 den. de Banque égalent 3 liv. Poſez x ſous la premiere colonne & 5880 ſous la ſeconde, vous trouverez ayant fait le calcul à l'ordinaire, que $x = 16000$ liv. ſomme remiſe en Hollande : ce qui démontre l'exactitude de la premiere operation.



$x = 16000$

DU CHANGE

De France avec l'Angleterre, & de celui d'Angleterre avec France.

ON compte en Angleterre par livres, sols, deniers, sterlins, & fardins.

La livre sterlin vaut 20 sols sterlins.

Le sol sterlin vaut 12 deniers sterlins.

Le denier sterlin vaut 4 fardins.

France donne 3 liv. à un Banquier, pour recevoir en Angleterre environ 23 deniers sterlins.

Exemple d'une Remise de France en Angleterre.

On voudroit remettre 30000 en Angleterre dans le temps que le Change de France pour ce pays est à 24 deniers sterlins pour écu: on demande combien cette somme produira en Angleterre de livres sterlins?

Pour la premiere égalité, dites, 3 liv. égalent 24 deniers sterlins en Angleterre.

Pour la seconde égalité, 240 deniers sterlins en Angleterre égalent une livre sterlin.

Posez sous la premiere colonne x, & sous la seconde 30000 : abregez ensuite à l'ordinaire & vous trouverez que $x = 1000$: c'est-à-dire 1000 liv. sterlins à recevoir en Angleterre.

$$\begin{array}{cc} \overset{3}{\cancel{2}\,\cancel{4}\,\cancel{0}} & \overset{\cancel{2}\,\cancel{4}}{\cancel{3}\,\cancel{0}\,\cancel{0}\,\cancel{0}\,\cancel{0}} \\ & x = 1000 \end{array}$$

PREUVE.

On suppose avoir 1000 liv. sterlins à remettre en France, le change étant à 24 deniers sterlins p. écu ; sçavoir combien on recevra à Paris ?

Pour la premiere égalité, 1 liv. sterlin égale 240 deniers sterlins.

Pour la seconde, 24 deniers sterlins en Angleterre égalent 3 liv. en France.

Posez x sous la premiere colonne & 1000 l. sterlins sous la seconde : viendra après l'operation $x = 30000$, nombre cherché.

$$\begin{array}{cc} 1 & \cancel{2}\,\cancel{4}\,\cancel{0} \\ \cancel{2}\,\cancel{4} & 3 \\ x & 10000 \\ \hline & x = 30000 \end{array}$$

Exemple d'une Remiſe de France par Hollande & Angleterre, & revenir d'Angleterre en France, ce que l'on nomme Arbitrage ou Virement de parties.

On ſuppoſe avoir 30000 liv. en cette Ville que l'on voudroit faire paſſer par Hollande, Angleterre, & revenir en France dans le tems que le Change de France pour Hollande eſt à 45 deniers de gros pour écu, celui d'Hollande en Angleterre à 35 ſols de gros pour une livre ſterlin, celui d'Angleterre à Paris à 24 deniers ſterlins p. écu : on demande combien ces 30000 liv. en paſſant par ces differens endroits produiront à Paris.

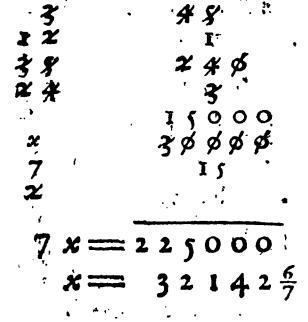
Pour la premiere égalité, 3 liv. en France égalent 45 deniers de gros en Hollande.

Pour la ſeconde, 12 den. de gros en Hollande égalent 1 ſol de gros.

Pour la troiſiéme, 35 ſols de gros en Hollande égalent 240 deniers ſterlins en Angleterre.

Pour la quatriéme, 24 deniers ſterlins en Angleterre égalent 3 liv. en France.

Poſez x ſous la premiere colonne & 30000 ſous la ſeconde : ces réductions étant faites vous trouverez que $x = 32142\frac{6}{5}$ liv. à recevoir à Paris.



Remarquez que les Banquiers payent ordinairement $\frac{1}{2}$ p. $\frac{0}{0}$ pour le droit de Commission: par conſequent il auroit fallu payer deux droits de commiſſionnaire, c'eſt-à-dire un pour Hollande & l'autre pour l'Angleterre: ce ſeroit 1 p. $\frac{0}{0}$ qu'il faudroit diminuer de cette ſomme pour avoir ce que le Commettant de Paris doit recevoir net.

On auroit pû ajouter un terme à chaque colonne, en diſant, de 100 on ne reçoit que 99, & les deux droits des Commiſſionnaires ſe ſeroient trouvés calculés ſur le pied de $\frac{1}{2}$ p $\frac{0}{0}$.

Preuve de l'Operation precedente.

32142 $\frac{6}{17}$ liv. à remettre en France par Angleterre & Hollande, le Change de France en Angleterre à 24 deniers ſterlins pour écu, celui d'Angleterre en Hollande à 35 ſols de gros pour une livre ſterlin, celui d'Hollande à Paris à 45 den. de gros pour écu, on demande combien produira cette traite continuée?

Pour la premiere égalité, 3 liv. en France égalent 24 den. ſterlins en Angleterre.

Pour la ſeconde, 240 deniers ſterlins en Angleterre égalent 35 ſ. de gros en Hollande.

Pour la troiſiéme, 1 ſol de gros égale 12 den. de gros.

Pour la quatriéme, 45 den. de gros en Hollande égalent 3 liv. à Paris.

Poſez x ſous la premiere colonne, & $32142\frac{6}{7}$ ſous la ſeconde. Après avoir évanoui la Fraction, on abregera à l'ordinaire & on trouvera que $x = 30000$, nombre cherché.

$$\begin{array}{cc}
\cancel{3} & \cancel{24} \\
\cancel{240} & \cancel{35} \\
1 & \cancel{12} \\
\cancel{45} & \cancel{3} \\
x & \cancel{32142}\frac{6}{7} \\
7 & 225000 \\
3 & 4 \\
\hline
\end{array}$$

$$3x = 90000$$
$$x = 30000$$

DU CHANGE

De France avec l'Eſpagne, & de celui d'Eſpagne avec France.

ON compte en Eſpagne en Piſtoles, Piaſtres, Reaux, Ducas, & Maravedis.

La piſtole vaut 4 piaſtres ou 32 reaux vieille plâte, ou 40 reaux nouvelle plate, parceque la monnoye vieille plate, vaut plus que la nouvelle de 25 p. $\frac{0}{0}$.

La piaſtre vaut 8 reaux vieille plate.

Le ducat vaut 11 reaux de 34 maravedis chaque, qui font 374 maravedis; mais en fait de Change on le compte pour 375.

On donne en France environ 6 liv. 5 ſ. pour recevoir en Eſpagne une piaſtre, ou un écu de 60 ſ. pour recevoir environ 160 maravedis.

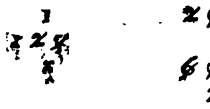
Exemple d'une Remiſe de France en Eſpagne, de laquelle on doit recevoir des piaſtres.

On ſuppoſe avoir 6000 liv. à remettre en Eſpagne: le Change de France pour Eſpagne étant à 6 l. 5 ſ. pour une piaſtre, ſçavoir combien cette ſomme fera recevoir de piaſtres en Eſpagne.

Pour réduire 6000 liv. en piaſtres, dites, ſuivant le principe general, 1 livre de France égale 20 ſols pour la premiere égalité.

Pour la ſeconde, 125 ſols en France égalent une piaſtre en Eſpagne.

Poſez x ſous la premiere colonne & 6000 ſous la ſeconde ; abregez comme aux operations precedentes, vient pour réponſe 960, qui eſt le nombre des piaſtres à recevoir en Eſpagne.



$x = 960$ piaſtres

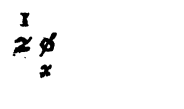
Preuve de la propoſition precedente.

On ſuppoſe avoir à remettre d'Eſpagne en France 960 piaſtres dans le tems que le Change d'Eſpagne pour France eſt à 6 livres 5 ſols pour une piaſtre, ſçavoir combien on recevra en France ?

Formez la premiere égalité en diſant, 1 piaſtre en Eſpagne vaut 6 l. 5 ſ. ou 125 ſ. en France.

Pour la ſeconde 20 ſols égalent 1 liv.

Placez x ſous la premiere colonne, & 960 piaſtres ſous la ſeconde, après l'operation faite on trouvera que $x = 6000$, nombre deſiré.



$x = 6000$

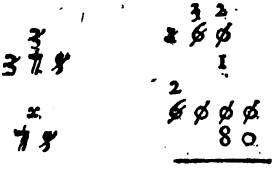
Exemple d'un Change de France avec Eſpagne, pour y recevoir des ducas.

Soit propoſé 6000 liv. à remettre en Eſpagne, le Change étant à 160 maravedis p. écu: on demande combien cette ſomme y produira de ducas?

Pour trouver le nombre de ducas que cette remiſe doit faire recevoir en Eſpagne, on formera la premiere égalité en diſant, 3 liv. en France égalent 160 maravedis en Eſpagne.

Pour la ſeconde égalité, 375 maravedis égalent un ducat.

Poſez x ſous la premiere colonne, & 6000 ſous la ſeconde; vient pour la valeur de x, $853\frac{1}{3}$ ducas que l'on doit recevoir en Eſpagne.



$$3x = 2560$$

$$x = 853\frac{1}{3} \text{ ducas.}$$

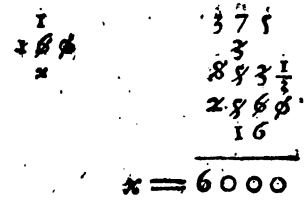
PREUVE.

$853\frac{1}{3}$ ducas à remettre à Paris, le Change étant à 160 maravedis pour écu, ſçavoir combien cette quantité de ducas produira en cette Ville?

Pour la premiere égalité, 1 ducat vaut 375 maravedis.

Pour la ſeconde ; 160 maravedis en Eſpagne égalent 3 liv. à Paris.

Poſez x ſous la premiere colonne, & $853\frac{1}{3}$ ſous la ſeconde, viendra pour réponſe 6000 l. nombre cherché.



$x = 6000$

Exemple d'un Virement de France par Hollande, Angleterre, & Eſpagne.

Un Banquier de France remet à ſon Correſpondant d'Hollande 30000 liv. lorſque le Change de France pour Hollande eſt à 45 d. de gros p. écu, & donne ordre à ce même Correſpondant de remettre la ſomme qu'il recevra à un autre Correſpondant d'Angleterre, ſur le pied de 35 ſols de gros pour une livre ſterlin. De même celui-ci reçoit ordre de remettre la ſomme qu'il recevra, à un Correſpondant d'Eſpagne, ſur le pied de 50 deniers ſterlins pour un ducat de 375 maravedis ; & celui d'Eſpagne reçoit auſſi ordre de remettre en France, ſur le pied de 170 maravedis p. écu. On demande combien ce Virement produira à ſon retour ?

Pour la premiere égalité, 3 liv. en France égalent 45 den. de gros en Hollande.

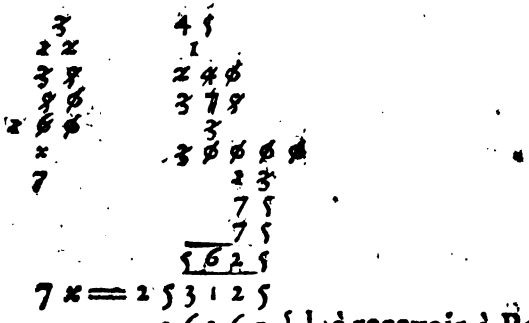
Pour la ſeconde, 12 deniers de gros en Hollande égalent un ſol de gros.

Pour la troiſiéme, 35 ſ. de gros en Hollande égalent 140 d. ſterlins en Angleterre.

Pour la quatriéme, 50 den. ſterlins en Angleterre égalent 375 maravedis en Eſpagne.

Pour la cinquiéme, 160 maravedis en Eſpagne égalent 3 liv. à Paris.

Poſez x ſous la premiere colonne & 30000 ſous la ſeconde; abregez enſuite ces deux colonnes à l'ordinaire, viendra $x = 36160\frac{5}{7}$ liv. ſur laquelle on doit les droits des Commiſſionaires d'Hollande, d'Angleterre, & d'Eſpagne.



$7x = 253125$

$x = 36160\frac{5}{7}$ l. à recevoir à Paris.

On ſuivra un ordre contraire pour la diſpoſition de la preuve, c'eſt-à-dire que l'on commencera par où la precedente a fini, en rétrogradant par Eſpagne, Angleterre, Hollande, & enſuite à Paris, & on trouvera 30000 liv. ſomme de la propoſition.

Fin du premier Livre.

DES PREMIERS PRINCIPES DE L'ALGEBRE ET DE L'EXPLICATION

De la réſolution de pluſieurs Problêmes Numeriques par l'Analyſe.

LIVRE II.

L'Idée que je me propoſe dans ce ſecond Livre, eſt d'enſeigner les premieres Operations de l'Algebre avec des methodes pour réſoudre pluſieurs queſtions, que l'on peut faire ſur les nombres, par le moyen des équations, remettant à un autre temps d'entrer dans un plus grand détail ſur cette matiere. Je ne parlerai point des réſolutions Geometriques où on employe la ligne droite quand le problême eſt ſimple ou lineaire ; où on employe le cercle & la ligne droite quand le problême eſt plan, ni de celles où l'on ſe ſert de quelques ſections coniques,

comme la Parabole, l'Ellipſe, ou l'Hyperbole, quand le problême eſt ſolide. Ceux qui voudront s'inſtruire de la manière de réſoudre les équations par la Geometrie, pourront voir le ſeptiéme Livre des Oeuvres poſthumes de M. le Marquis de l'Hôpital, ainſi que l'application de l'Algebre à la Geometrie de M. Guynée, dans leſquels ils trouveront de très-belles réſolutions pour les problêmes de Geometrie, tant déterminés qu'indéterminés.

L'Analyſe démontrée du Pere Reynault eſt encore un livre que doivent conſulter ceux qui voudront s'inſtruire à fond de l'Algebre. Ils trouveront les formules des plus ſçavans Auteurs pour la réſolution des équations, auſſi bien que les principes de la Science du calcul integral & differentiel expliqué d'une façon très-méthodique & très-ſimple.

On ſe ſert dans l'Algebre des premiers caractes de l'Alphabet pour exprimer des grandeurs connues, & des derniers pour exprimer des grandeurs inconnues, quoique cela ſoit arbitraire. Il arrive ſouvent même que quand l'on veut exprimer quelque choſe on ſe ſert de la premiere lettre du mot que porte le nom de cette choſe: pour exprimer, par exemple, le tems on met un t, pour exprimer le mouvement on met un m, pour exprimer la viteſſe on met un v, &c.

Dans l'expreſſion des grandeurs litterales il faut obſerver les choſes ſuivantes, ſçavoir le

Signe

Signe, le Chiffre, ou les Chiffres qui ſuivent le Signe que l'on nomme *abſolu* ou *coefficient*, la lettre ou les lettres qui ſuivent cet abſolu avec l'expoſant de ces lettres. Dans l'expreſſion $+ 7 a^3$, le ſigne eſt +, l'abſolu eſt 7, la puiſſance eſt a, & ſon expoſant eſt 3.

Remarquez qu'il y a bien de la difference entre a^3 & $3a$. Car ſi $a = 6$, $3a = 3 \times 6 = 18$; au lieu que $a^3 = 6 \times 6 \times 6 = 216$. $3a$ marque l'addition de a ajouté deux fois à lui-même; au lieu que a^3 marque que a eſt multiplié deux fois par lui-même.

De l'Addition litterale des grandeurs entieres.

Lorſque les grandeurs propoſées ſont liées par les ſignes + ou —, & même par tous les deux, elle s'appelle grandeur *complexe*, & lorſque ces grandeurs ne ſont liées par aucun ſigne, on les nomme grandeurs *incomplexes*. Ainſi $a + b + c$; $a - b + c + d$ ſont des grandeurs complexes, & a, b, c, priſes chacune en particulier, ſont nommées grandeurs incomplexes.

Lorſque les grandeurs que l'on ſe propoſe d'ajouter enſemble ſont homogenes, ou de même genre, & que ces grandeurs ſont de même eſpece, l'addition s'en fera en aſſemblant les chiffres qui precedent les lettres, s'il y en a, & en poſant à la droite de la ſomme de ces chiffres les lettres avec leurs expoſans, ſi elles en ont.

Si l'on ſouhaite ajouter a, avec a, leur ſomme ſera $a + a = 2a$; & ſi l'on ſouhaite ajouter a avec $2a$ & avec $3a$, leur ſomme ſera $a + 2a + 3a = 6a$. De même ſi l'on ſouhaitoit ajouter b^2 avec $4b^2$ & avec $6b^2$, leur ſomme ſeroit $b^2 + 4b^2 + 6b^2 = 11b^2$.

	a	b^2
a	$2a$	$4b^2$
a	$3a$	$6b^2$
$2a$	$6a$	$11b^2$

Lorſque les lettres n'ont aucuns chiffres qui les precede, comme b^2 dans le dernier exemple, on y ſuppoſe l'unité.

S'il y avoit dans ces operations quelque grandeur precedée du ſigne negatif, il faudroit aſſembler les abſolus affirmatifs, & ôter de leur ſomme les abſolus negatifs, ſi les abſolus affirmatifs excedoient les negatifs. Autrement on aſſembleroit les abſolus negatifs, & de leur ſomme on retrancheroit les abſolus affirmatifs: le reſte ſeroit la ſomme de l'addition precedée du ſigne negatif, comme l'on voit par les operations ſuivantes.

a^2	$-7b^3$
$-6a^2$	$+8b^3$
$7a^2$	$-9b^3$
$2a^2$	$-8b^3$

Dans le premier exemple $a^2 - 6a^2 + 7a^2$ on aſſemblera a^2 avec $7a^2$: leur ſomme eſt 8

a^2, desquels ôtant $6a^2$, il reste $2a^2$ precedé du signe +.

Dans la seconde $-7b^3 + 8b^3 - 9b^3$ on assemblera $-7b^3$ avec $-9b^3$: leur somme est $-16b^3$, desquels ôtant $+8b^3$, il reste $-8b^3$ pour la somme de cette addition.

Mais si dans l'operation il se trouvoit des heterogenes, c'est-à-dire des lettres élevées à differens degrés, il faudroit les écrire les unes après les autres sur une même ligne en les joignant par les signes qui leur conviennent, sçavoir + si ces grandeurs sont affirmées, & — si elles sont niées. Par exemple si on se proposoit d'ajouter $4a$ avec $6a^2$, leur somme seroit le binome $4a + 6a^2$.

$$\begin{array}{r} 4a \\ 6a^2 \\ \hline 4a + 6a^2 \end{array}$$

Si on proposoit d'ajouter ensemble des grandeurs qui fussent au même degré, mais où les lettres soient differentes, on écriroit les grandeurs sur une même ligne, lesquelles on lieroit par les signes qui leur conviendroient, sçavoir + si ces grandeurs ont le signe affirmatif, & — si elles ont le signe negatif.

Si on vouloit ajouter $9a$ avec $-7b$ & avec $+9c$, leur somme seroit le trimome $9a - 7b + 9c$.

$$\begin{array}{r} 9a \\ -7b \\ 9c \\ \hline 9a - 7b + 9c \end{array}$$

Exemple d'une Addition complexe.

On ajoutera enſemble les abſolus de chaque colonne, ſi les lettres ſont les mêmes & au même degré: on joindra à la droite dẽ ces abſolus les mêmes lettres avec leurs expoſans, ſi elles en ont.

Pour l'addition de la premiere colonne, il faut dire $4 + 8 + 3 = 15$, auſquels on joindra a, vient $15a$.

Pour l'addition de la ſeconde colonne, dites, $1 + 6 + 9 = 16$, auſquels on joint b, vient $16b$.

Pour l'addition de la troiſiéme colonne, dites, $9 + 5 + 1 = 15$, auſquels joignant c, vient $15c$, & la ſomme de l'addition du polynome ſera exprimée par $15a + 16b + 15c$.

$$\begin{array}{r} 4a + b + 9c \\ 8a + 6b + 5c \\ 3a + 9b + c \\ \hline 15a + 16b + 15c \end{array}$$

Exemple d'une Addition complexe, dans laquelle il y a des ſignes negatifs dans l'operation.

Les abſolus affirmatifs de la premiere colonne égalent les negatifs : c'eſt pourquoi on ne poſera rien ſous cette colonne $4 + 3 - 7 = 0$.

Pour l'addition de la ſeconde colonne, dites, $5 + 9 - 9 = 5$, auſquels joignant b^2 vient $5b^2$.

Pour l'addition de la troiſiéme colonne, dites, $6 - 5 + 8 = 9$, auſquels joignant d, vient $9d$: le total de l'addition propoſée eſt le binome $5b^2 + 9d$.

$$\begin{array}{r} 4a^2 + 5b^2 + 6d \\ 3a^2 + 9b^2 - 5d \\ -7a^2 - 9b^2 + 8d \\ \hline 0 + 5b^2 + 9d \end{array}$$

DE LA SOUSTRACTION

Litterale des grandeurs entieres.

L'Operation de la Souſtraction ſe fera en changeant les ſignes à ſouſtraire, & en ajoutant leurs abſolus à ceux, dont on veut ſouſtraire : la ſomme qui naît de cette addition ſera la réponſe cherchée.

On propoſe la grandeur incomplexe 14 a, de laquelle on veut retrancher 9 a.

Pour cet effet changez le ſigne de $9a$, lequel eſt affirmé : viendra $-9a$, ajoutez $-9a$ à $+14a$, vient $+5a$ pour la difference cherchée,

De	$14a$
Oſte	$9a$
Reſte	$5a$

Il eſt certain que l'on fait une veritable ſouſtraction lorſque l'on change le ſigne de la grandeur que l'on veut ſouſtraire. Car ôtez 9 a de 14 a, il reſte 5 a: ce qui eſt la même choſe que l'addition de $14a - 9a = 5a$.

On executera ſur ce principe toutes ſortes de ſouſtractions par l'addition.

On propoſe la grandeur complexe 9 a + 8 b, *de laquelle on veut retrancher* 5 a + 7 b.

Ayant placé les grandeurs ainſi qu'il convient, changez les ſignes à ſouſtraire, & faites l'addition comme il eſt dit : viendra la difference des deux grandeurs propoſées. Changez les ſignes de $+5a + 7b$, vient $-5a - 7b$: ajoutez $-5a - 7b$, $a + 9a + 8b$, vient $4a + b$ pour la difference cherchée.

De	$9a + 8b$
Oſte	$5a + 7b$
Reſte	$4a + b$

Si les grandeurs à ſouſtraire étoient differentes de celles dont on veut ſouſtraire, on changeroit toujours les ſignes de celles que l'on veut ſouſtraire, pour ajouter enſuite ces grandeurs à celles deſquelles il faut ſouſtraire.

Si on vouloit retrancher $c + d$ de $a + b$, on changeroit les ſignes de $c + d$: viendroit $-c - d$, leſquels on ajouteroit à $a + b$: viendroit $a + b - c - d$ pour la difference cherchée.

De $a + b$
Oſte $c + d$
Reſte $a + b - c - d$

Exemple dans lequel il y a des ſignes negatifs dans la grandeur à ſouſtraire.

On propoſe de retrancher $5a - 7b$ de $9a + 8b$.

Suivant le principe general, changez les ſignes de $5a - 7b$, vient $-5a + 7b$: ajoutez $-5a + 7b$, à $9a + 8b$, vient $4a + 15b$ pour la difference cherchée.

De $9a + 8b$
Oſte $5a - 7b$
Reſte $4a + 15b$

Autre exemple où il y a des ſignes negatifs aux deux grandeurs.

De $9a - 7b + c$, il faut retrancher $4a - 9b$.

Ecrivez ces grandeurs ainſi qu'il convient, & changez les ſignes de $4a - 9b$, vient $-4a + 9b$, qu'il faut ajouter à $9a - 7b + c$, & la difference de ces deux grandeurs ſera $5a + 2b + c$.

De $9a - 7b + c$
Oſte $4a - 9b$
Reſte $5a + 2b + c$

Autre exemple dans lequel il y a plus de termes dans la grandeur à ſouſtraire que dans l'autre grandeur.

On propoſe de retrancher $4a - 9b + c$ de $9a - 7b$.

Changez les ſignes de $4a - 9b + c$, viendra $-4a + 9b - c$. Ajoutez $-4a + 9b - c$ à $9a - 7b$: viendra $5a + 2b - c$ pour la difference cherchée.

De $9a - 7b$
Oſte $4a - 9b + c$
Reſte $5a + 2b - c$

On peut ſe convaincre de l'exactitude des operations de la ſouſtraction litterale, en aſſemblant (ainſi que dans la ſouſtraction numerique) la grandeur que l'on a retranchée à la difference trouvée. Si la ſomme qui naîtra de cette addition eſt la même que celle dont on a ſouſtrait, l'operation ſera bien faite.

DE LA MULTIPLICATION

DES GRANDEURS LITTERALES.

ON exprime le produit de deux grandeurs litterales multipliées l'une par l'autre, en les joignant immediatement : par exemple ab marque le produit de la multiplication de a par b. On nomme ce produit ab, *nombre plan*, ou de *deux dimenſions*. De même abc ex-

prime le produit de la multiplication des trois grandeurs a, b, c, & ce produit abc ſe nomme nombre *ſolide* ou de *trois dimenſions*.

Si c'eſt la même lettre qui compoſe le produit de la multiplication, comme aa, aaa, $aaaa$, ce produit marque que c'eſt la même grandeur multipliée par elle-même, c'eſt-à-dire que la grandeur a eſt élevée au ſecond, au troiſiéme, au quatriéme degré; donc a eſt la racine ſeconde de la puiſſance aa, la racine troiſiéme de la puiſſance a^3, la racine quatriéme de la puiſſance a^4.

SCOLIE.

Il eſt indifferent d'écrire ab ou ba pour le produit de la multiplication des deux grandeurs a & b: car le produit eſt toujours le même. On ſuit ordinairement l'ordre de l'Alphabet pour l'arrengement des lettres, c'eſt-à-dire qu'au lieu d'écrire ba, on poſe ab: de même au lieu d'écrire bca, on marque abc, quoique ces produits ſoient les mêmes. Car $a \times b = b \times a$: de même $a \times cb = b \times ac$.

Il y a trois choſes à obſerver dans la multiplication des grandeurs litterales. Il faut 1°. multiplier les lettres par les lettres, ce qui eſt très-facile; puiſqu'il n'y a qu'à les joindre enſemble. 2°. Il faut multiplier les chiffres qui precedent ces lettres, & marquer leur produit au devant de ces lettres. 3°. Multiplier les ſignes qui precedent ces chiffres, & marquer

celui qui naît de cette multiplication au produit.

Pour multiplier par exemple $+5a$ par $+4bc$, multipliez bc par a, vient abc. Enſuite multipliez 4 par 5, vient 20 qu'il faut écrire au devant de abc, & enſuite multipliez les ſignes l'un par l'autre, vient $+$, & le produit de la multiplication de $+5a$ par $+4bc$ eſt $+20abc$.

$$\begin{array}{r} 5a \\ 4bc \\ \hline 20abc \end{array}$$

Obſervations touchant les ſignes.

Tous les ſignes ſemblables étant multipliés l'un par l'autre, donnent $+$ au produit de la multiplication : & tous les ſignes differens donnent $-$.

EXPLICATION.

On concevra très-aiſément pourquoi $+5a$ multipliés par $+4bc$ produiſent $+20abc$; parceque c'eſt ajouter 5, 4 fois à lui-même affirmativement : par conſequent le produit $20abc$ doit être affirmatif ou $+$.

Lorſque l'on multiplie des ſignes differens, c'eſt-à-dire $+$ par $-$ ou $-$ par $+$, leur produit eſt $-$.

Si l'on multiplie par exemple $5a-4b$ par $+6$: multipliant $+5a$ par $+6$, & écrivant au produit $+30a$, il eſt évident que ce produit $+30a$ eſt trop grand ; parceque l'on n'a

pas seulement $5a$ à multiplier par 6, mais $5a - 4b$: par conséquent ce produit $30a$ est trop grand de $-4b$ multipliés par $+6$, c'est-à-dire de $24b$: & le produit de la multiplication sera $30a - 24b$: donc — par + ou + par — produisent —.

$$\begin{array}{r} 5a - 4b \\ 6 \\ \hline 30a - 24b \end{array}$$

Lorsque l'on multiplie — par —, leur produit est +.

Soit proposé de multiplier $5a - 4b$ *par* $6a - 7b$.

Multipliez $5a - 4b$ par $6a$, en disant $a \times a = aa$. $6 \times 5 = 30$. $+ \times + = +$, & le produit de $5a \times 6a = 30aa$, multipliant $-4b$ par $+6a$ en disant $a \times 6 = ab$. $6 \times 4 = 24$. $+ \times - = -$ & le produit de $-4b$ par $+6a = -24ab$: par conséquent $5a - 4b$ étant multipliés par $+6a$, produisent $30aa - 24ab$. Multipliez ensuite $5a - 4b$ par $-7b$, en disant $a \times b = ab$. $7 \times 5 = 35$. $- \times + = -$; & le produit de $+5a$ par $-7b = -35ab$.

Lorsque l'on pose $-35ab$, ce produit est trop petit; parceque l'on n'a pas seulement $+5a$ à multiplier par $-7b$, mais $5a - 4b$: l'on a par conséquent trop retranché de $-4b \times -7b$, qui est $28bb$; donc $- \times - = +$, & le produit de cette multiplication sera $30aa - 59ab + 28bb$.

$$\begin{array}{l} 5a - 4b \\ 6a - 7b \\ \hline 30aa - 24ab \\ \quad - 35ab + 28bb \\ \hline 30aa - 59ab + 28bb \end{array}$$

Exemple d'une Multiplication complexe litterale.

Soit proposé de multiplier $cc + cd + dd$ par $c - d$.

Il faut multiplier toute la grandeur $cc + cd + dd$ par c, viendra $c^3 + ccd + cdd$ que l'on posera ainsi qu'il se voit. Multipliez la même ligne $cc + cd + dd$ par $-d$: viendra $-ccd - cdd - d^3$: ajoutant ensemble ces deux grandeurs suivant les principes de l'addition litterale, viendra $c^3 - d^3$ pour le produit de la multiplication proposée.

$$\begin{array}{l} cc + cd + dd \\ c - d \\ \hline c^3 + ccd + cdd \\ \quad - ccd - cdd - d^3 \\ \hline c^3 \quad * \quad * \quad - d^3 \end{array}$$

Autre exemple d'une Multiplication complexe litterale.

Soit proposé de multiplier $7a - 4b + 8c$ par $9a - 8c$.

Multipliez $7a - 4b + 8c$ par $9a$, vient

$63\,aa - 36\,ab + 72\,ac$. Multipliez enſuite $7\,a - 4\,b + 8\,c$ par $-8\,b$, vient $-56\,ab + 32\,bb - 64\,bc$. Additionnant ces deux produits partiaux, la ſomme provenant de cette addition ſera $63\,aa - 92\,ab + 32\,bb - 64\,bc + 72\,ac$.

$$\begin{array}{l} 7a - 4b + 8c \\ 9a - 8b \\ \hline 63\,aa - 36\,ab + 72\,ac \\ \quad - 56\,ab + 32\,bb - 64\,bc \\ \hline 63\,aa - 92\,ab + 32\,bb - 64\,bc + 72\,ac \end{array}$$

Il eſt indifferent de commencer l'operation de la Multiplication complexe litterale par les termes à droite ou par les termes à gauche, & cela parceque chaque terme eſt indépendant des autres.

Il eſt clair que la Multiplication des nombres complexes litteraux eſt beaucoup plus ſimple que la Multiplication numerique avec differentes eſpeces.

DE LA DIVISION

DES GRANDEURS LITTERALES.

ON ſe regle pour l'operation de la Diviſion des grandeurs litterales ſur une même lettre, laquelle on nomme *principale* ou *dominante*. On prend ordinairement celle qui eſt élevée au plus haut degré, ſur laquelle on

arrange la grandeur à diviſer, & la grandeur du Diviſeur ſuivant cette lettre principale ou dominante, en plaçant pour premier terme celui où cette lettre eſt élevée au plus haut degré, pour le ſecond celui où cette lettre eſt moins élevée d'un degré, ainſi de ſuite.

On obſervera que la Regle eſt la même que dans la Multiplication litterale touchant les ſignes, c'eſt-à-dire que les ſignes ſemblables produiſent + au Quotient, & que les ſignes differens produiſent —.

Exemple d'une Diviſion incomplexe.

Soit propoſé de diviſer 20 *a* par 4.

Placez les grandeurs du Diviſeur & du nombre à diviſer ainſi que la Diviſion numerique. Comme les ſignes de la grandeur du nombre à diviſer & du Diviſeur ſont les mêmes, le Quotient ſera +. Examinez dans le nombre 20 combien de fois le nombre 4 y eſt contenu, vous trouverez 5 qu'il faut poſer au Quotient. Vous écrirez *a* auprès de ce 5, & cela parceque le Quotient 5 *a* étant multiplié par le Diviſeur 4, produit 20 *a*, grandeur à diviſer.

$$\begin{array}{r|l} 20a & 4 \\ \hline 0 & 5a \end{array}$$

Exemple d'une Diviſion complexe.

On propoſe de diviſer $72a - 56b$ par 8.

Ayant placé les grandeur du Dividende & du Diviſeur ainſi qu'il ſe voit, dites en $+72a$ combien de fois $+8$: vous trouverez $+9a$, que vous poſerez au Quotient, & que vous multiplierez par 8. Leur produit $72a$ étant ôté de $72a$ il ne reſte rien. Vous paſſerez à la grandeur à diviſer $-56b$, en examinant dans l'abſolu 56 combien de fois le Diviſeur 8 y eſt contenu, vous trouverez 7, auſquels vous joindrez b pour avoir $7b$. Or comme — diviſé par + donne — au Quotient, vous écrirez $-7b$ à ce Quotient, leſquels vous multiplierez par le Diviſeur 8, viendra $-56b$ que vous retrancherez de $56b$ il ne reſtera rien, & la grandeur cherchée ſera $9a - 7b$.

$$\begin{array}{r|l} 72a - 56b & 8 \\ \hline 0 \quad 0 & 9a - 7b \end{array}$$

Autre exemple d'une Diviſion complexe.

On propoſe $35aa - 62ab + 24bb$ à diviſer par $5a - 6b$.

Prenez pour lettre principale a, c'eſt-à-dire que les termes de la grandeur à diviſer & du Diviſeur où ſe trouve a élevé au plus haut degré, doivent être poſées à la premiere place, & les autres termes où la lettre a ſe trouve moins élevée d'un degré, au ſecond, &c.

Examinez enſuite en $35aa$, premier terme de la grandeur à diviſer, combien de fois $5a$, premier terme du Diviſeur y eſt contenu : vous trouverez $7a$ qu'il faut poſer au Quotient, leſquels $7a$ étant multipliés par tout le Diviſeur $5a - 6b$, & leur produit $35aa - 42ab$ étant ôté de $35aa - 62ab$, il reſte $-20ab$. Deſcendez à côté de $-20ab$ le dernier terme $+24bb$ de la grandeur à diviſer ; pour avoir une ſeconde grandeur au Quotient, dites en $-20ab$ combien de fois $+5a$: il s'y trouvera contenu $-4b$, leſquels étant multipliés par le Diviſeur $5a - 6b$ donnent à leurs produits $-20ab + 24bb$, que l'on ſouſtraira de $-20ab + 24bb$: il ne reſtera rien Le Quotient de cette diviſion $7a - 4b$ donne la réſolution demandée.

$$\begin{array}{l|l} 35aa - 62ab + 24bb & 5a - 6b \\ \hline 35aa - 42ab & 7a - 4b \\ \hline -20ab + 24bb & \\ -20ab + 24bb & \\ \hline 0 \quad 0 & \end{array}$$

Autre exemple d'une Diviſion complexe.

La grandeur $63aa - 92ab + 32bb - 64bc + 72ac$, eſt propoſée à diviſer par $9a - 8b$.

Cherchez en $63aa$ combien de fois $9a$ y ſont contenus, vous trouverez $7a$, que vous multiplierez

multiplierez par le Diviſeur $9a - 8b$, & leurs produits $63aa - 56ab$ étant ôtés de $63aa - 92ab$, il reſte $-36ab$. Deſcendez $32bb$ à la droite de $-36ab$. Dites enſuite, en $-36ab$ combien y a-t-il de fois $+9a$? Il s'y trouve contenu $-4b$ qu'il faut écrire au Quotient. Multipliez $4b$ par $9a - 8b$, vient au produit $-36ab + 32bb$ que l'on retranchera de $-36ab + 32bb$, il ne reſtera rien; on paſſe enſuite à $+72ac$, en diſant, en $72ac$ combien de fois $9a$? On trouvera $8c$, par leſquels multipliant le Diviſeur $9a - 8b$, & retranchant leurs produits $72ac - 64bc$ de $72ac - 64bc$, il ne reſte rien.

$$\begin{array}{l|l} 63aa - 92ab + 32bb + 72ac - 64bc & 9a - 8b \\ \hline 63aa - 56ab \quad\quad + 72ac - 64bc & 7a - 4b + 8c \\ \hline \quad 0 \quad -36ab + 32bb \quad 0 \quad\quad 0 & \\ \quad\quad -36ab + 32bb & \\ \hline \quad\quad\quad 0 \quad\quad 0 & \end{array}$$

Exemple d'une Diviſion Complexe Litterale.

On propoſe de diviſer $c^3 - d^3$ par $c - d$.

Après avoir placé les grandeurs à diviſer & le Diviſeur ainſi qu'il ſe voit; examinez en c^3 Dividende, combien de fois le Diviſeur c y eſt contenu, vous trouverez cc qu'il faut poſer au Quotient. Enſuite multipliez ce Quotient cc par le Diviſeur $c - d$, viendra $c^3 - ccd$ qu'il

faut retrancher du Dividende $c^3 - d^3$, il reſtera $+ccd - d^3$. Examinez en ccd combien de fois le Diviſeur c y eſt contenu, vous trouverez cd qu'il faut écrire au Quotient, & par leſquels vous multiplierez le Diviſeur $c - d$: viendra au produit $ccd - cdd$ que l'on retranchera du Dividende $ccd - d^3$, il reſtera $cdd - d^3$. Examinez en cdd combien de fois le Diviſeur y eſt contenu: vous trouverez dd que vous poſerez au Quotient. Ayant multiplié ce Quotient dd par le Diviſeur $c - d$, viendra $cdd - d^3$, leſquels étant retranchez de $cdd - d^3$, il ne reſte rien, & le Quotient cherché eſt $cc + cd + dd$.

$$
\begin{array}{l|l}
c^3 - d^3 & c - d \\
\hline
c^3 - ccd & cc + cd + dd \\
\hline
0 + ccd - d^3 & \\
\quad + ccd - cdd & \\
\hline
\quad 0 + cdd - d^3 & \\
\quad\quad + cdd - d^3 & \\
\hline
\quad\quad 0 \quad 0 &
\end{array}
$$

On peut prouver la Diviſion litterale ainſi que la numerique, en multipliant le Quotient par le Diviſeur: viendra au produit de la Multiplication la grandeur à diviſer.

Si on multiplie $cc + cd + dd$ par $c - d$, le produit ſera $c^3 - d^3$ Dividende, ainſi des autres.

La brieveté que je me propoſe en cet ouvrage ne me permet pas d'en dire davantage ſur l'operation de la Diviſion, quoiqu'il y ait des cas où elle eſt très-difficile: on ſe la rendra familiere en le donnant beaucoup d'exemples. Il faut pour cet effet faire pluſieurs multiplications où il y ait des ſignes negatifs & affirmatifs avec des lettres qui ayent differens expoſans, pour en faire enſuite les Diviſions.

DES FRACTIONS LITTERALES.

PREMIEREMENT,

De la réduction des Fractions Litterales à même dénomination.

POur réduire des Fractions litterales à même dénomination, multipliez les Dénominateurs des Fractions les uns par les autres, pour avoir un Dénominateur commun. Multipliez le Numerateur de la Fraction à réduire par les Dénominateurs des autres Fractions, pour avoir le Numerateur de cette Fraction réduite, ſous lequel vous écrirez le Dénominateur commun.

EXEMPLE.

Les trois Fractions $\frac{f}{g}$, $\frac{i}{h}$, $\frac{l}{m}$, ſont propoſées à réduire à même dénomination.

Mulripliez les trois Dénominateurs g, h, m, l'un par l'autre : vient ghm pour Dénominateur commun. Si on ſouhaite réduire la Fraction $\frac{f}{g}$ à une Fraction équivalente, dont le Dénominateur ſoit ghm, on multipliera les Dénominateurs des deux autres Fractions hm par le Numerateur f de cette Fraction à réduire : viendroit $\frac{fhm}{ghm}$ pour Fraction équivalente, ce qui eſt évident : car ſi on retranchoit les mêmes grandeurs du Numerateur & du Dénominateur, ce qui reſteroit ſeroit en même raiſon. Retranchez hm du Numerateur & du Dénominateur, il reſtera la Fraction $\frac{f}{g} = \frac{fhm}{ghm}$. On réduira de même les deux autres Fractions $\frac{i}{h}$, $\frac{l}{m}$: viendra pour les trois Fractions réduites $\frac{fhm}{ghm}$, $\frac{gim}{ghm}$, $\frac{ghl}{ghm}$.

DE L'ADDITION

DES FRACTIONS LITTERALES.

Soient propoſées les trois Fractions $\frac{f}{g}$, $\frac{i}{h}$, $\frac{l}{m}$, à ajouter enſemble.

AYant réduit ces Fractions à même dénomination, on écrira les trois Numerateurs fhm, gim, ghl, en ligne droite avec le ſigne $+$ qui en marque l'addition ; & on

posera au dessous le Dénominateur commun ghm, & l'addition sera faite comme il se voit par la disposition suivante.

$$\frac{fhm+gim+ghl}{ghm}$$

DE LA SOUSTRACTION
DES FRACTIONS LITTERALES.

Soit proposé de retrancher la Fraction $\frac{g}{h}$ *de* $\frac{m}{n}$.

REduisez ces Fractions en même dénomination : viendra $\frac{gn}{hn} = \frac{g}{h}$ & $\frac{hm}{hn} = \frac{m}{n}$. Ecrivez sur une ligne droite ces Numerateurs réduits comme à l'addition : en mettant celui que l'on veut soustraire precedé du signe negatif après l'autre, & écrivant le Dénominateur commun dessous les Numerateurs ; & la Soustraction sera faite.

$$\frac{hm-gn}{hn}$$

DE LA MULTIPLICATION
DES FRACTIONS LITTERALES.

On propose de multiplier la Fraction $\frac{a}{b}$ par $\frac{c}{d}$.

MUltipliez les Numerateurs a,c, l'un par l'autre, & les Dénominateurs b,d : viendra pour le produit de la Multiplication $\frac{ac}{bd}$.

Si on avoit un plus grand nombre de Fractions à multiplier les unes par les autres comme $\frac{a}{b}, \frac{c}{d}, \frac{e}{f}$, il faudroit multiplier les Numerateurs a, c, e, l'un par l'autre, & les Dénominateurs b, d, f: viendroit pour produit de cette Multiplication $\frac{ace}{bdf}$.

DE LA DIVISION

DES FRACTIONS LITTERALES.

POur faire l'operation de la Diviſion des Fractions litterales, on changera le Dénominateur du Diviſeur en Numerateur, & le Numerateur en Dénominateur (ainſi qu'à la Diviſion des Fractions numeriques.) On multipliera enſuite les Numerateurs l'un par l'autre & les Dénominateurs; viendra une Fraction, laquelle ſera le Quotient de la Diviſion.

On propoſe de diviſer $\frac{ac}{bd}$ par $\frac{a}{b}$.

Changez la Fraction $\frac{a}{b}$ en $\frac{b}{a}$: multipliez $\frac{ac}{bd}$ par $\frac{b}{a}$ comme à la Multiplication: viendra $\frac{abc}{abd} = \frac{c}{d}$ pour Quotient de la Diviſion.

On ſuivra le même ordre quand il y auroit des nombres mêlés avec des lettres dans les operations des Fractions: puiſque les principes que nous avons donnez ſont generaux.

DE LA FORMATION

DES PUISSANCES.

LOrsque l'on veut élever une grandeur complexe ou incomplexe à une puissance quelconque, on multipliera cette grandeur par elle-même autant de fois moins une que l'exposant de cette puissance a d'unités.

Pour élever une grandeur quelconque à la seconde puissance, il faut multiplier cette grandeur une fois par elle-même, & le produit de cette Multiplication donnera la seconde puissance ou le quarré de cette grandeur, dont la racine est cette grandeur elle-même.

Pour élever à la seconde puissance $a+b$, on multipliera $a+b$ par $a+b$: leur produit $aa+2ab+bb$ donnera la seconde puissance, ou le quarré de $a+b$.

$$\begin{array}{l} a+b \\ a+b \\ \hline aa+ab \\ \quad +ab+bb \\ \hline aa+2ab+bb \end{array}$$

On voit que le quarré d'une grandeur exprimée par deux caracteres, renferme les quarrés de ces deux caracteres, ſçavoir le quar-

ré de a qui eſt aa, & le quarré de b qui eſt bb, & deux rectangles compris ſous ces deux grandeurs a & b qui ſont $2ab$; le produit $aa + 2ab + bb$ eſt la formule des ſecondes puiſſances: voyez la quatrieme du ſecond des Elemens d'Euclide.

Pour élever $a+b$ à la troiſiéme puiſſance, il faudroit l'élever à la ſeconde puiſſance pour avoir $aa + 2ab + bb$: multipliez cette ſeconde puiſſance par ſa racine $a + b$, le produit $a^3 + 3aab + 3abb + b^3$, ſera la troiſiéme puiſſance ou le Cube de $a+b$.

$$\begin{array}{l} a + b \\ a + b \\ \hline aa + ab \\ \quad + ab + bb \\ \hline aa + 2ab + bb \\ a + b \\ \hline a^3 + 2aab + abb \\ \quad + aab + 2abb + b^3 \\ \hline a^3 + 3aab + 3abb + b^3 \end{array}$$

On voit que le Cube d'une grandeur exprimée par deux caracteres, renferme le Cube de chacun de ſes caracteres a^3 & b^3, plus 3 produits compoſés du quarré de la premiere a par la ſeconde b qui ſont $3aab$, plus 3 autres produits compoſés du quarré de la ſecon-

de grandeur b par la premiere a, qui ſont 3 abb, ainſi qu'il ſe voit par le calcul precedent.

Ce produit $a^3 + 3aab + 3abb + b^3$ ſe nomme la formule des troiſiémes puiſſances.

On remarquera que dans la formation des puiſſances litterales, leur produit a toujours un terme de plus que le degré où cette puiſſance eſt élevée. Par exemple la ſeconde puiſſance de $a + b$ a trois termes qui ſont $aa + 2ab + bb$; la troiſiéme puiſſance de $a + b$ a quatre termes qui ſont $a^3 + 3aab + 3abb + b^3$; la quatriéme puiſſance en a 5; la cinquiéme puiſſance en a 6, &c.

Si on élevoit la grandeur $a - b$ à une puiſſance quelconque, les termes ſeroient les mêmes que ceux de $a + b$ avec cette ſeule difference que le deuxiéme, quatriéme, ſixiéme, huitiéme, &c. termes ſeroient precedés du ſigne negatif, & cela parceque les dimenſions de la racine negative $-b$ ſont en nombre impair dans ces termes.

Pour élever une grandeur comme 42, à la ſeconde puiſſance, il faut multiplier 42 par 42; & le produit 1764 qui naît de cette Multiplication ſera la ſeconde puiſſance, ou le quarré de 42.

Si on deſiroit élever à la ſeconde puiſſance 576, on multiplieroit 576 par 576: leur produit 331776 ſeroit la ſeconde puiſſance, ou le quarré de 576.

Pour élever à la troiſiéme puiſſance 42, il

faut multiplier 42 par 42, & leur produit 1764 étant multiplié par la racine 42, viendra 74088 pour la troiſiéme puiſſance de 42.

On élevera de même 576 à la troiſiéme puiſſance, en multipliant 576 deux fois par lui-même : il viendra pour réponſe 191102976.

Il y a des methodes particulieres pour élever tout d'un coup des grandeurs à une puiſſance quelconque : mais je n'en dirai rien ici, attendu qu'elles ſont inutiles au but que je me propoſe en cet ouvrage.

Remarquez que la ſeconde puiſſance d'une grandeur qui a pluſieurs termes, contient le quarré du premier terme, plus le double du produit du ſecond terme par le premier avec le quarré du ſecond, plus le double du produit des deux premiers termes par le troiſiéme avec le quarré du troiſiéme, plus le double du produit des trois premiers termes par le quatriéme, avec le quarré de ce quatriéme, & ainſi de ſuite à l'infini.

La troiſiéme puiſſance d'une grandeur qui a pluſieurs termes contient le Cube du premier terme, plus le triple du quarré du premier terme par le ſecond, plus le triple du quarré du ſecond terme par le premier, plus le Cube du ſecond, plus le triple du quarré des deux premiers termes par le troiſiéme, plus le triple du quarré du troiſiéme terme multiplié par les deux premiers termes avec le Cube de ce troiſiéme terme, plus le triple

du quatriéme terme multiplié par le quarré des trois premiers termes, plus le triple du quarré du quatriéme terme multiplié par le produit des trois premiers termes, plus le Cube de ce quatriéme, & ainſi de ſuite à l'infini.

DE LA RESOLUTION DES PUISSANCES.

ON a vû que la formation des puiſſances n'étoit autre choſe que des Multiplications réiterées, & leur réſolution s'operera par une eſpece de diviſion que l'on appelle *Extraction des racines.*

Pour faciliter ces extractions je mettrai la table ſuivante pour les puiſſances des quarrés & cubes ſeulement, parceque les autres extractions ne ſont pas d'un grand uſage.

Table des Puiſſances du 2e & du 3e degré.

Racine	Quarré	Cube
1	1	1
2	4	8
3	9	27
4	16	64
5	25	125
6	36	216
7	49	343
8	64	512
9	81	729

Pour extraire la racine quarrée, il faut partager la grandeur propoſée en tranches, chacune de deux rangs, en commençant de droite à gauche. Il peut arriver cependant que la premiere tranche à gauche n'ait qu'un caractere. (On peut conſiderer la raiſon de cette diviſion comme fondée ſur ce que le quarré d'un nombre inferieur à 10 eſt inferieur à 100).

On marquera à côté à droite la racine que l'on trouve, ainſi que l'on a fait aux diviſions pour le Quotient.

On examinera par le moyen de la Table precedente, quel eſt le plus grand quarré contenu dans la premiere tranche à gauche; on marquera la racine de ce plus grand quarré au lieu deſtiné, & on aura trouvé le premier nombre de la racine propoſée.

Il faut retrancher le quarré de cette racine de la premiere tranche à gauche, & écrire le reſte au deſſous de cette tranche. Abbaiſſez la tranche ſuivante à côté de ce reſte de la premiere tranche: ce ſera le nombre qui doit produire le ſecond caractere de la racine.

On doublera la racine trouvée, & on écrira le produit au deſſous de cette racine: ce ſera le Diviſeur.

Examinez combien de fois le Diviſeur eſt contenu dans la grandeur à diviſer, & marquez au Quotient ce chiffre qui marque la quantité de fois que ce Diviſeur y eſt contenu. Multipliez le Quotient par le Diviſeur,

augmenté de ce même Quotient. Retranchez ces produits particuliers de la grandeur à diviſer, & marquez le reſte au deſſous de cette grandeur.

Deſcendez la troiſiéme tranche à côté de ce reſte : doublez la racine déja découverte, pour avoir un Diviſeur, & le reſte &c.

Soit propoſé d'extraire la racine quarrée du nombre 7817616.

Separez ce nombre propoſé en tranches, chacune de deux caracteres, en commençant de droite à gauche, il ſe trouvera dans la premiere tranche le chiffre 7. Examinez quel eſt le plus grand quarré contenu en 7, vous trouverez dans la table que c'eſt 4, dont la racine eſt $2 = a$ que vous poſerez au Quotient. Retranchez ſon quarré $4 = a\,a$ de ce premier caractere 7, il reſte 3 qu'il faut écrire ſous cette premiere tranche.

On trouvera le ſecond caractere repreſenté par b, dans la formule generale $a\,a + 2\,a\,b + b\,b$ en abbaiſſant la ſeconde tranche attenant du reſtant 3 de la premiere, vient 381 : il faut marquer un point ſous le 8 pour connoître que 38 eſt le Dividende. Doublez la racine $2 = a$ pour avoir $4 = 2\,a$, qui eſt le Diviſeur de 38, lequel 4 on écrit proche la racine.

Examinez enſuite combien de fois le Diviſeur 4 eſt contenu dans le nombre à diviſer 38 : vous trouverez qu'il ne peut y entrer que 7

$= b$ (à cauſe qu'il faut multiplier cette racine 7 par elle-même & par 4 pour retrancher leur produit 329 de 381) que l'on poſe à côté de la premiere racine 2, & qu'il faut auſſi poſer attenant du Diviſeur 4, pour avoir $47 = 2a + b$.

On multipliera $47 = 2a + b$ par $7 = b$ pour avoir $329 = 2ab + bb$, leſquels étant retranchés de 381 il reſte 52.

On deſcendra la troiſiéme tranche 76 pour avoir 5276. Marquez un point ſous le 7 pour diſtinguer le Dividende 527. Doublez $27 = a$ racine découverte : vient $54 = 2a$ pour Diviſeur qu'il faut poſer ſous le Diviſeur precedent. Examinez en 527 combien de fois le Diviſeur 54 y eſt contenu, vous trouverez $9 = b$ qu'il faut écrire au Quotient. Poſez ce nombre 9 à la droite de 54, Diviſeur, pour avoir $549 = 2a + b$; multipliez cette racine $9 = b$ par $549 = 2a + b$, viendra $4941 = 2ab + bb$, leſquels étant retranchés de 5276, il reſte 335 qu'il faut poſer au deſſous de 5276.

Abbaiſſez la quatriéme tranche 16 à côté du reſtant 335, vient 33516. Poſez un point ſous 1, pour marquer le Dividende 3351. Pour avoir le Diviſeur doublez $279 = a$, vient $558 = 2a$. Cherchez dans le Dividende 3351, combien de fois le Diviſeur $558 = 2a$ y eſt contenu, vous trouverez $6 = b$, qu'il faut poſer au Quotient, & à côté du Diviſeur 558 pour avoir $5586 = 2a + b$. Multipliez $5586 = 2ab$

$+b$ par la racine $6=b$, vient $33516=2ab+bb$, lesquels étant retranchés de 33516, il ne reste rien, & la racine cherchée est 2796.

$7 . 81 . 76 . 16$	Racines	
	2796	$2=a$
		$7=b$
$\frac{4}{3}$		
81		
52	76	
3	35 16	47 $=2a+b$
	00 00	549 $=2a+b$
		$5586=2a+b$

SCOLIE.

Il se trouve, regle generale, autant de caracteres à la racine, qu'il y a de tranches à l'operation. Dans la precedente il y a quatre séparations & quatre chiffres à la racine.

Soit proposé d'extraire la racine Cubique du nombre 191102976.

Pour trouver la racine troisiéme du nombre 191102976, il faut partager ce nombre en tranches de trois rangs en trois rangs, en commençant de droite à gauche (on peut considerer la raison de cette division, fondée sur ce que le cube d'un nombre inferieur à 10 est inferieur à 1000.) Ensuite on examinera quel est le plus grand cube contenu dans la premiere tranche 191: on trouvera que c'est $125=a^3$, donc la racine est $5=a$, ôtez 125, cube de 5, de 191 il reste 66.

Il faut abbaiſſer la ſeconde tranche 101 à côté du reſte 66 pour avoir une grandeur à diviſer. On marquera un point ſous 1, premier caractere de la ſeconde tranche, afin de diſtinguer le Dividende 661. Pour avoir un Diviſeur il faut tripler le quarré de la racine $5 = a$: viendra $75 = 3aa$ pour Diviſeur. Examinez en 661, combien de fois le Diviſeur 75 y eſt contenu; (mais auparavant il faut achever la formule $a^3 + 3aab + 3abb + b^3$), on trouvera qu'il ne peut y entrer que $7 = b$. La formule étant achevée viendra $3aab + 3abb + b^3 = 60193$, leſquels étant retranchés de 66105, il reſte 5909. On deſcendra la derniere tranche 976 pour avoir 5909976. Marquez un point ſous le 9 de la derniere tranche 976 pour avoir le Dividende 59099.

Suppoſez la racine $57 = a$, donc le triple du quarré eſt $9747 = 3aa$, ce ſera le Diviſeur. Examinez en 59099 combien de fois le Diviſeur 9747 y eſt contenu, vous trouverez 9, qu'il faut poſer pour racine, & ayant achevé la formule vous trouverez $3aab + 3abb + b^3 = 5909976$, qui étant retranchés de 5909976, il ne reſte rien, & la racine cherchée eſt 576.

191, 102, 976 } Racines $5 = a$
125 } 576 $7 = b$
66 102
5 909 976
0 000 000

$57 = a$
$6 = b$

$75 = 3aa$
$525 = 3aab$
$735 = 3abb$
$343 = b^3$
60193

$9747 = 3aa$
$58482 = 3aab$
$6156 = 3abb$
$216 = b^3$
5909976

Je ne parlerai point de l'extraction des racines imparfaites, qui produisent les incommensurables, non plus que des differentes operations de ces incommensurables, ainsi que de l'aproximation des racines ; parceque cela m'engageroit à faire un plus gros Volume que je ne me suis proposé.

DES PROGRESSIONS

Arithmetiques, & de quelqu'unes de leurs proprietés.

LA Progression Arithmetique simple est une suite de nombres, dont la difference est toujours la même, comme 1, 2, 3, 4, 5, 6, ou bien 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, &c.

Si cette Progression va en augmentant, elle peut être continuée à l'infini. Il n'en est pas de

même ſi les termes de cette Progreſſion vont en diminuant, à moins que l'on ne les ſuppoſe negatifs après l'unité, dernier terme affirmatif.

La Progreſſion Arithmetique compoſée eſt celle, dont les differences ne ſont pas égales, c'eſt-à-dire que les termes ne ſe ſurpaſſent pas également; mais que les dernieres differences ſont ſeulement égales aux premieres, comme 1, 3, 5, 7, 8, 9, 10, 12, 14, &c.

Dans la Progreſſion Arithmetique naturelle qui commence par l'unité, & dont la difference eſt 1, comme 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, l'addition de chacun de ces termes forme les nombres triangulaires de ſuite, comme l'addition des deux premiers 1, 2, donne 3, premier nombre triangulaire, l'addition des trois premiers 1, 2, 3, donne 6, ſecond nombre triangulaire, l'addition des 4 premiers 1, 2, 3, 4, donne 10, nombre triangulaire, ainſi l'on a de ſuite tous les nombres triangulaires par ordre.

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10,
1, 3, 6, 10, 15, 21, 28, 36, 45, 55.

Dans la Progreſſion Arithmetique ſimple, dont la difference eſt 2, & le premier terme l'unité, l'addition de la ſuite de chaque terme donne les nombres quarrés, l'addition des deux premiers termes 1 & 3, donne 4, premier quarré après l'unité, l'addition des 3 premiers 1, 3, 5, donne 9, ſecond quarré, &c.

1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17,
1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81.

Dans la Progreſſion Arithmetique naturelle; dont le premier terme eſt 1 & la difference 3; l'addition de chaque terme donne les nombres pentagoniels de ſuite, ainſi la ſomme des deux premiers 1, 4, donne 5, premier pentagone après l'unité, l'addition des trois premiers 1, 4, 7, donne 12, ſecond nombre pentagonel.

1, 4, 7, 10, 13, 16, 19, 22, 25,
1, 5, 12, 22, 35, 51, 70, 92, 117.

Dans la Progreſſion Arithmetique qui a pour premier terme l'unité & pour difference 4, l'addition des termes de ſuite forme les nombres exagones, les deux premiers termes de la Progreſſion 1, 5, donne 6, premier exagone après l'unité, l'addition des trois premiers 1, 5, 9, donne 15, ſecond exagone, &c.

1, 5, 9, 13, 17, 21, 25, 29;
1, 6, 15, 28, 45, 66, 91, 120.

Lorſque la Progreſſion Arithmetique a pour premier terme l'unité & pour difference un nombre quelconque, l'addition de chacun d'eux forme des nombres poligones, dont le nombre des angles excede la difference qui regne entre la Progreſſion de deux unités.

Trouver un Poligone, dont la racine eſt connuë.

On multipliera le nombre des angles du poligone moins deux par la racine propoſée, diminuée de l'unité, & on ajoutera 2 au produit decette Multiplication, lequel on multipliera

par la racine connue : viendra au produit une ſomme double du poligone cherché.

Soit connue la racine 9 d'un pentagone, & qu'il ſoit propoſé de trouver ce pentagone.

Multipliez 3, nombre des angles moins 2 par 8, racine 9 — 1, & au produit 24 ajoutez 2, & leur ſomme 26 étant multipliée par la racine 9, vient 234 pour le nombre double du pentagone cherché, dont la moitié 117 eſt le pentagone deſiré.

Un poligone étant donné, on propoſe d'en trouver la racine.

Pour cet effet on multipliera le poligone donné par 8 fois le nombre des angles — 2, & au produit on ajoutera le nombre des angles — 4, multiplié par ſoi-même. Tirez la racine quarrée de cette ſomme, à laquelle vous ajouterez le nombre des angles — 4, & diviſerez cette ſomme par le double des angles — 2, le Quotient donnera le poligone cherché.

Soit propoſé de trouver la racine du Pentagone 92.

Multipliez 92 par 24, octuple du nombre des côtez 5 — 2 = 3. Ajoutez au produit 2208, le quarré du nombre des côtés 5 — 4 = 1 ; tirez la racine quarrée de cette ſomme, vient 47. Ajoutez à cette racine le nombre des côtés 5 — 4, & leur produit 48 étant diviſé par 6, double de 3, nombre des côtés du penta-

gone — 2, le Quotient 8 eſt la racine cherchée.

Voyez le traité de la grandeur du Pere Lamy, pour les autres proprietés des progreſſions arithmetiques.

SCOLIE.

Si on ajoute l'unité à un nombre triangulaire, & que l'on multiplie ce nombre par 8, vient au produit un nombre quarré.

DE LA PROGRESSION GEOMETRIQUE.

LA Progreſſion Geometrique eſt une ſuite de nombres qui ſont en continuelle proportion geometrique, comme 1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, ou 1, 3, 9, 27, 81, ou bien 1, 4, 16, 64, 256, &c. laquelle progreſſion peut être continuée autant que l'on voudra.

Dans toute progreſſion geometrique lorſque le premier terme eſt la moitié du ſecond, le ſecond eſt la moitié du troiſiéme, le troiſiéme eſt la moitié du quatriéme, &c.

Si le premier terme étoit le tiers du ſecond, le ſecond ſeroit le tiers du troiſiéme, le troiſiéme le tiers du quatriéme, &c.

Si le premier terme étoit le quart du ſecond, le ſecond ſeroit le quart du troiſiéme, le troiſiéme le quart du quatriéme, &c.

Dans la Progreſſion geometrique le produit de la Multiplication des extrêmes eſt égal au produit de deux termes également éloignés des extrêmes. Dans la Progreſſion ſuivante 1, 2, 4, 8, 16, 32, le premier terme 1, multiplié par le dernier 32, produit 32; le ſecond terme 2 multiplié par 16 = 32, de même que 4 par 8 : donc, &c.

Dans toute Progreſſion Geometrique, lorſque le nombre des termes eſt impair, le quarré du terme du milieu de cette Progreſſion eſt égal au produit de la Multiplication des extrêmes. Par exemple dans la Progreſſion ſuivante 1, 3, 9, 27, 81, dont le nombre des termes eſt impair, le quarré de 9, terme du milieu égalé 81, produit de la Multiplication des termes extrêmes.

DES NOMBRES MOYENS PROPORTIONNELS.

POur trouver un Nombre moyen proportionnel entre deux Nombres donnés, on multipliera ces deux Nombres l'un par l'autre, & la racine quarrée du produit de cette Multiplication ſera le moyen proportionnel entre ces deux Nombres propoſés.

EXEMPLE.

On demande un nombre moyen proportionnel entre 2 & 8.

Multipliez 2 par 8, vient 16, dont la racine quarrée eſt 4, nombre moyen proportionnel entre 2 & 8 : c'eſt-à-dire que 2 : 4 : : 4 : 8.

Trouver deux nombres moyens proportionnels, entre deux nombres donnés.

Pour trouver deux nombres, moyens proportionnels, entre deux nombres ; multipliez le quarré du premier par le ſecond, la racine cubique de leur produit ſera le premier nombre, moyen proportionnel.

Pour avoir le ſecond moyen proportionnel, multipliez le quarré du ſecond nombre propoſé par le premier : la racine cubique de cette ſomme ſera le ſecond nombre cherché.

Soit propoſé de trouver deux moyens proportionnels entre 2 & 16.

Le quarré du premier nombre 2 eſt 4, qui étant multiplié par le ſecond 16, donne 64, dont la racine cubique 4, eſt le premier des deux nombres cherchés.

Pour avoir le ſecond quarré 16 ; vient 256, qui étant multiplié par 2 donne 512, dont la racine cubique 8, eſt le deuxiéme moyen proportionnel, comme il ſe voit par l'analogie ſuivante, 2 : 4 : : 8 : 16.

Trouver trois nombres proportionnels entre deux nombres donnés.

On multipliera les deux nombres propoſés l'un par l'autre, & la racine quarrée de leur ſomme donnera le ſecond nombre, moyen proportionnel.

On multipliera ce nombre moyen proportionnel, par le premier nombre propoſé, & la racine quarrée de leur ſomme donnera le premier nombre moyen proportionnel.

Pour avoir le troiſiéme multipliez le ſecond nombre moyen proportionnel, par le ſecond nombre propoſé, la racine quarrée de leur ſomme donnera le troiſiéme nombre moyen proportionnel.

On demande trois nombres moyens proportionnels entre les nombres 1 & 256.

Multipliez 1 par 256, la racine quarrée de leur produit 16 ſera le ſecond moyen proportionnel entre les deux nombres propoſés.

Pour avoir le premier moyen proportionnel entre 1 & 256, multipliez 1 par 16 & la racine quarrée 4 de leur produit 16, ſera le premier des trois moyens proportionnels.

Pour avoir le troiſiéme moyen proportionnel, multipliez le ſecond nombre propoſé 256 par 16, & tirez la racine quarrée de leur produit 4096, viendra 64 pour le troiſiéme nombre moyen proportionnel entre 1 & 256,

comme il eſt évident : car 1 : 4 : 16 : 64 : 256 ſont en progreſſion geometrique.

DE LA RESOLUTION DES PROBLEMES NUMERIQUES.

QUand on ſe propoſe de réſoudre une queſtion numerique par l'Algebre, il faut la conſiderer ſous l'idée abſtraite des nombres, évitant le verbiage, qui pour l'ordinaire donne beaucoup de confuſion à l'eſprit.

Après avoir bien conçû l'état du Problême, on ſe ſervira des dernieres lettres de l'Alphabet pour exprimer des grandeurs inconnues, & on operera ſur ces lettres inconnues, comme l'on feroit ſur des grandeurs connues. On formera des équations par le moyen deſquelles on parviendra à la réſolution du Problême.

PROBLEME PREMIER.

Trouver un nombre, dont les $\frac{3}{4}$ égalent 36.

Je nommerai ce nombre inconnu x ; puiſque les $\frac{3}{4}$ de ce nombre $= 36$, je prendrai les $\frac{3}{4}$ de x, & j'aurai l'équation $\frac{3}{4}x = 36$. Pour parvenir à la connoiſſance de x, je me ſervirai de cette axiome : Des grandeurs égales étant multipliées par le même nombre, leurs

produits ſont égaux. Je multiplierai chaque terme de l'équation par le Dénominateur 4 de la Fraction $\frac{1}{4}$, & j'aurai cette autre équation delivrée de Fractions : $3x = 144$.

Enſuite me ſervant de cet autre axiome : Des grandeurs égales étant diviſées par le même nombre, les Quotiens ſont égaux ; diviſant chaque terme de l'équation par 3, j'aurai d'une part x & de l'autre 48 : c'eſt-à-dire que $48 = x$, nombre cherché : ce qui eſt évident, puiſque les $\frac{1}{4}$ de $48 = 36$.

$$\frac{\frac{1}{4}x = 36}{3x = 144}$$
$$x = 48$$

PROBLEME DEUXIE'ME.

Le General des Cordeliers dit que la moitié de ſon Ordre eſt François, le quart Lorrain, la ſixiéme Alleman, & qu'il y a outre ces François, Lorrains & Allemans, 4000 Italiens. On demande combien il y a de Moines dans tout l'Ordre ?

Je nommerai x le nombre inconnu des Cordeliers. Puiſque la moitié ſont François, j'écrirai $\frac{1}{2}x$ pour les François ; puiſque le quart ſont Lorrains, j'ajouterai à $\frac{1}{2}x$ François $\frac{1}{4}x$ Lorrains. Or comme la ſixiéme partie de l'Ordre eſt Alleman, j'ajouterai $\frac{1}{6}x$ Allemans à $\frac{1}{2}x$ François & à $\frac{1}{4}x$ Lorrains. J'ajouterai encore à ces trois inconnus 4000, qui eſt le nombre des Italiens. Ayant nommé x le nombre de

tout l'Ordre, j'aurai l'équation ſuivante, $\frac{1}{2}x + \frac{1}{4}x + \frac{1}{6}x + 4000 = x$.

Il faut évanouir les Fractions de cette équation, ce qui ſe fait en la multipliant par 12 qui eſt le plus petit nombre qui meſure les Dénominateurs des Fractions ſans reſte, vient l'équation $6x + 3x + 2x + 48000 = 12x$ delivrée de Fractions, qui ſe réduit à $11x + 48000 = 12x$.

Retranchant de part & d'autre $11x$ de l'équation, viendra $48000 = x$, c'eſt-à-dire qu'il y a ſuivant l'hypotheſe 48000 hommes dans tout l'Ordre des Cordeliers, ce que l'on peut démontrer en cette ſorte.

Prenez la moitié de tout l'Ordre pour la Nation Françoiſe, viendra 24000; & le quart pour les Lorrains, viendra 12000; & la ſixiéme pour les Allemans, viendra 8000: Si on ajoute à ces trois nombres 4000 Italiens, viendra 48000, nombre de tout l'Ordre.

$$\frac{1}{2}x + \frac{1}{4}x + \frac{1}{6}x + 4000 = x$$

$$6x + 3x + 2x + 48000 = 12x$$

$$11x + 48000 = 12x$$

$$-11x \qquad -11x$$

$$48000 = x$$

24000 *François*
12000 *Lorrains*
8000 *Allemans*
4000 *Italiens*

48000.

PROBLEME TROISIE'ME.

Les âges de trois perſonnes ſont 140 ans. L'âge du premier excede l'âge du ſecond de 12 ans; l'âge du ſecond excede l'âge du troiſiéme de 18 ans: ſçavoir l'âge de chacun en particulier.

L'âge du troiſiéme ſoit nommé x. Puiſque l'âge du ſecond excede de 18 ans l'âge du troiſiéme, il aura par conſequent $x+18$; & l'âge du premier qui excede l'âge du ſecond de 12 ans aura $x+30$. Or la ſomme des trois âges égale 140 ans: on aura cette équation $3x+48=140$. Retranchant 48 de chaque terme, l'équation ſe réduira à celle-ci, $3x=92$. Diviſant chaque terme par 3, viendra $x=30\frac{2}{3}$, c'eſt-à-dire que l'âge du troiſiéme eſt $30\frac{2}{3}$ ans. L'âge du ſecond ſera 48 ans $\frac{2}{3}$, puiſqu'il a 18 ans plus que le troiſiéme; & l'âge du premier $60\frac{2}{3}$, puiſqu'il a 12 ans plus que le ſecond. Ajoutant ces trois âges enſemble, vient 140 ans.

3 *âge*	x
2 *âge*	$x+18$
1 *âge*	$x+30$
	$3x+48=140$
	$-48\quad -48$
	$3x=92$
	$x=30\frac{2}{3}$

l'âge du premier	$30\frac{2}{3}$
l'âge du ſecond	$48\frac{2}{3}$
l'âge du troiſiéme	$60\frac{2}{3}$
	140 ans

PROBLEME QUATRIE'ME.

Trois perſonnes ont 120 ans ; le premier a le double de l'âge du ſecond, & le ſecond a le triple de l'âge du troiſiéme. On demande quel eſt l'âge de chacun ?

Le troiſiéme âge ſoit nommé x, le ſecond aura $3x$; puiſqu'il a le triple de l'âge du troiſiéme ; & le premier aura $6x$, puiſqu'il a le double de l'âge du ſecond. L'addition de ces trois âges fait $10x = 120$ ans. Prenant le dixiéme de chaque membre de l'équation, viendra $x = 12$; c'eſt-à-dire que le troiſiéme a 12 ans, le ſecond 36, & le premier 72 ; leſquels ajoutés enſemble font 120 ans.

$3^e = x$	*l'âge du premier*	72
$2 = 3x$	*l'âge du ſecond*	36
$1 = 6x$	*l'âge du troiſiéme*	12
$10x = 120$		120 ans
$x = 12$		

PROBLEME CINQUIE'ME.

Une femme a acheté des œufs à un ſol piece, elle a payé le quart de l'achat pour les Droits de l'entrée, 5 ſols pour ſa place, 2 ſols au valet du Bourreau ; & elle les a tous vendus à 1 ſ. 6 den. piece, elle a eu 4 liv. de profit : ſçavoir combien elle avoit d'œufs ?

Le nombre des œufs ſoit nommé x, lequel étant multiplié par 1 ſ. prix de l'achat, donne

1 x. Puiſque cette femme a payé le quart de l'achat pour les Droits de l'entrée, il faut retrancher ce quart de x, il reſte $\frac{3}{4}x$. Mais elle a encore payé 7 ſ. ſçavoir 5 ſ. pour ſa place & 2 ſ. au valet du Bourreau : on retranchera 7 ſ. de $\frac{3}{4}x$, viendra $\frac{3}{4}x - 7$. Ayant 4 liv. de profit, on ajoutera ces 4 l. réduits en ſols à $\frac{3}{4}x - 7$; viendra pour premier membre de l'équation $\frac{3}{4}x - 7 + 80$, ou $\frac{3}{4}x + 73$. Comme elle vend ce nombre inconnu d'œufs à 1 ſ. 6 den. piece, on multipliera x par $\frac{1}{2}$: viendra $\frac{1}{2}x$ pour le ſecond nombre de l'équation. Evanouiſſant les Fractions, viendra $3x + 292 = 6x$: ôtant $3x$ de part & d'autre, viendra $292 = 3x$. Diviſant chaque membre par 3, viendra $97\frac{1}{3} = x$, c'eſt-à-dire que $97\frac{1}{3}$ eſt le nombre des œufs qu'avoit cette femme.

$$\begin{array}{rr} \frac{3}{4}x - 7 + 80 = & \frac{1}{2}x \\ \frac{3}{4}x \quad + 73 = & \frac{1}{2}x \\ \hline 3x \quad + 292 = & 6x \\ -3x \quad\quad = & -3x \\ \hline 292 = & 3x \\ 97\frac{1}{3} = & x \end{array}$$

PROBLEME SIXIE'ME.

Une Dévote entrant dans une Egliſe donne 10 ſ. aux Pauvres. En ſortant de cette Egliſe elle remarque que ſon argent s'eſt doublé par miracle. Elle va à une autre Egliſe où elle donne en entrant 50 ſ. aux Pauvres, & en ſortant

de cette ſeconde Egliſe elle remarque que ſon argent eſt encore doublé. Elle s'en retourne chez elle où elle donne à ſes gens 7 liv. 10 ſ. elle compte enſuite ce qui lui reſte en ſa poche, où elle trouve 9 l. on demande combien cette Dame avoit d'argent lorſqu'elle s'eſt preſentée à la premiere Egliſe.

Nous nommerons y l'argent que cette Dame avoit en ſortant de chez elle. Comme elle donne 10 ſ. aux Pauvres, il lui reſte $y - 10$ ſ. dans ſa poche, qui étant doublé donne $2y - 20$. Elle va enſuite à une ſeconde Egliſe où elle donne 50 ſ. aux Pauvres : il faut retrancher 50 ſ. de $2y - 20$, il reſtera $2y - 70$, qu'il faut doubler : viendra $4y - 140$, deſquels on retranchera 7 liv. 10 ſ. qu'elle donne à ſes gens, il reſtera $4y - 290$; & comme il lui reſte dans ſa poche 9 liv. ou 180 ſ. on aura l'équation $4y - 290 = 180$.

On chaſſera les homogenes de cette équation, ce qui ſe fait en ajoutant à chaque terme 290 : on aura cette autre équation $4y = 470$. Si on diviſe chaque membre par 4, viendra $y = 117\frac{1}{2}$ pour nombre des ſols que cette Dame avoit dans ſa poche, lorſqu'elle a fait la premiere aumône.

$y - 10$
$2y - 20$

$2y - 70$
$4y - 140 - 150 = 180$
$4y - 290 = 180$
$+290 \quad +290$
$4y = 470$
$y = 117\frac{1}{2}$

Problème 7e. dans lequel il y a deux inconnus.

Trouver deux nombres, qui ajoutés enſemble faſſent 100, & que leur difference ſoit 26.

Soit le plus petit nombre inconnu nommé y, & le plus grand x. Puiſque ces deux nombres ajoutés enſemble égalent 100, on aura la premiere équation $x + y = 100$.

Pour avoir la ſeconde équation, on obſervera que x eſt plus grand que y de 26. On ajoutera à y 26, & on aura une ſeconde équation qui eſt $x = y + 26$.

Dans la premiere équation $x + y = 100$: on mettra au lieu de x ſa valeur, $y + 26$ & on aura cette équation $y + 26 + y = 100$ ou $2y + 26 = 100$, retranchant 26 de chaque membre de l'équation, on aura $2y = 74$. Prenant la moitié de chaque terme, viendra $y = 37$ pour le plus petit nombre cherché.

Dans la ſeconde équation $x = y + 26$, au lieu de y il faut mettre ſa valeur 37: on aura $x = 37 + 26 = 63$, & le problême eſt réſolu.

Plus grand nomb. inc. $x = 63$. Plus pet. $y = 37$.

$$\begin{array}{l} x + y = 100 \\ x = y + 26 \\ \hline y + 26 + y = 100 \end{array} \qquad \begin{array}{l} = 2y + 26 = 100 \\ \quad -26 \quad -26 \\ \hline \quad 2y = 74 \\ \quad y = 37 \end{array}$$

$x = 37 + 26 = 63$

Pour

Pour résoudre ce problême litteralement ; nous supposerons que $100 = a$ & $26 = b$. En suivant la même explication nous aurons pour premiére équation $x + y = a$, & pour seconde $x = y + b$: en substituant dans la premiere équation la valeur de x de la seconde, viendra $2y + b = a$. Passant b dans le dernier membre de l'équation (ce qui se fait en retranchant b de chaque terme) viendra $2x = a - b$. Prenant la moitié de chaque terme de l'équation, viendra $y = \frac{1}{2}a - \frac{1}{2}b$. Passant la valeur de y dans la seconde équation, viendra $x = \frac{1}{2}a - \frac{1}{2}b + b = \frac{1}{2}a + \frac{1}{2}b$; ce qu'il falloit trouver.

Le plus grand nombre $x = \frac{1}{2}a + \frac{1}{2}b$.

Le plus petit $y = \frac{1}{2}a - \frac{1}{2}b$.

$100 = a$ $\quad x + y = a$

$26 = b$ $\quad x = y + b$

$y + b + y = a = 2y + b = a$

$-b \quad -b$

$2y = a - b$

$y = \frac{1}{2}a - \frac{1}{2}b$

$x = \frac{1}{2}a - \frac{1}{2}b + b = \frac{1}{2}a + \frac{1}{2}b$

COROLLAIRE.

Il suit du problême precedent, que la moitié de deux grandeurs, plus la moitié de leurs differences est égale à la plus grande, & que la moitié de deux grandeurs moins la moitié de leurs differences est égale à la plus petite.

PROBLEME HUITIE'ME.

Javotte dit à Nanette, si vous me donniez

9 de vos pieces de 50 ſ. j'en aurois le triple de vous : & moi, répondit Nanette, ſi vous m'en donniez 9 des vôtres, j'en aurois le double de vous. On demande le nombre des pieces de 50 ſ. de Javotte & de Nanette chacune en particulier.

Je nommerai x le nombre des pieces de 50 ſ. qui appartiennent à Javotte, & y celles de Nanette. Javotte recevant 9 pieces de 50 ſ. de Nanette aura $x + 9$ pour nombre de pieces de 50 ſ. lequel nombre eſt triple des pieces de Nanette. Pour entretenir l'égalité, on mettra $3y - 27$ pour ſecond membre de l'équation, de laquelle $y + 9$ eſt le premier.

La ſeconde équation doit être formée ſur ce que Nanette répond à Javotte : Si vous m'en donniez 9 des vôtres, j'en aurois le double de vous. Ajoutant 9 des pieces de 50 ſ. de Javotte à celles de Nanette, elle aura $y + 9$, leſquelles ſont doubles de celles de Javotte, c'eſt-à-dire qu'elles égalent $2y - 18$, & la 2e équation ſera par conſequent $y + 9 = 2y - 18$.

On chaſſera les homogenes des deux équations (c'eſt-à-dire qu'il faut paſſer dans le même membre de l'équation les grandeurs qui ſont de même nature) viendra pour la premiere $x + 36 = 3y$, & pour la ſeconde $y + 27 = 2x$.

On ſubſtituera une de ces deux operations, ce qui ſe fait en mettant pour premier terme de l'équation une de ces grandeurs inconnues,

qui n'aye pour abſolu que l'unité. Si on veut ſubſtituer la premiere équation $x + 36 = 3y$, on prendra x pour premier terme de l'équation & on paſſera 36 dans le ſecond. Pour cet effet il faut ajouter 36 au ſecond terme avec un ſigne contraire, c'eſt-à-dire que ſi ce ſigne eſt affirmé dans le premier membre, il doit être nié dans le ſecond, & s'il étoit nié dans le premier, il doit être affirmé dans le ſecond : cette équation ſubſtituée ſera $x = 3y - 36$. Au lieu de $2x$ dans la ſeconde équation $y + 27 = 2x$, on mettra deux fois la valeur de x de l'équation ſubſtituée : vient $6y - 72$, & cette ſeconde équation ſera changée en celle-ci $y + 27 = 6y - 72$ qui n'aura plus que y pour inconnu. Ayant chaſſé les homogenes de cette derniere équation, viendra $99 = 5y$. Prenant la cinquiéme partie de chaque terme, viendra $19\frac{4}{5} = y$; c'eſt-à-dire que le nombre des pieces de 50 ſols de Nanette eſt $19\frac{4}{5}$.

Au lieu de $3y$ dans l'équation ſubſtituée, on mettra trois fois ſa valeur, qui eſt $59\frac{2}{5}$: viendra $x = 59\frac{2}{5} - 36 = 23\frac{2}{5}$; c'eſt à dire que le nombre des pieces de 50 ſols de Javotte eſt $23\frac{2}{5}$, & le problême eſt réſolu.

Nomb. des pieces de 50 ſ. de Javotte $x = 23\frac{2}{5}$.
Nomb. des pieces de 50 ſ. de Nanette $y = 19\frac{4}{5}$.

$x+9=3y-27$ | *Substitution* $x=3y-36$

$y+9=2x-18$

$x+36=3y$

$y+27=2x$ $x=59\frac{2}{5}-36=23\frac{2}{5}$

$y+27=6x-72$

$-y+72-\quad y+72$

$99 \quad =5y$

$19\frac{4}{5}=y$

PROBLEME NEUVIE'ME.

Godeffroy dit à Liautaud, ſi vous me donniez 5 de vos piaſtres d'Eſpagne, j'en aurois le double de vous; & moi répondit Liautaud, ſi vous m'en donniez 3 des votres, j'en aurois le quadruple de vous : on demande quel eſt le nombre des piaſtres de Godeffroy & de Liautaud chacun en particulier.

Soit nommé le nombre des piaſtres de Godeffroy y, & le nombre des piaſtres de Liautaud z. Godeffroy aura $y+5$ pour le nombre de ſes piaſtres : retranchant les 5 piaſtres ajoutées à celles de Godeffroy de la part de Liautaud, il ne lui reſte que $z-5$ que l'on doublera pour avoir le ſecond membre de l'équation, laquelle eſt $y+5=2z-10$, la réponſe de Liautaud à Godeffroy forme la ſeconde équation $z+3=4y-12$.

On chaſſera les homogenes de ces deux équations; elles ſe réduiront, la premiere à $y=2z-15$, & la ſeconde à $z=4y-15$.

Si dans cette derniere équation on ſubſti-

tue la valeur de y de la premiere, viendra $z = 8z - 60 - 15$ ou $7z = 75$ ou $z = 10\frac{5}{7}$ nombre des piaſtres de Liautaud; écrivant la valeur de z dans l'équation $y = 2z - 15$, viendra $y = 21\frac{3}{7} - 15 = 6\frac{3}{7}$, nombre des piaſtres de Godeffroy, ce qu'il falloit trouver.

PROBLEME DIXIE'ME

Deux hommes voulant jouer aux dez enſemble, l'un demande à l'autre s'il veut tenir le cornet, il convient de lui payer 12 ſols chaque coup qu'il paſſera; & celui qui tient le cornet lui en donnera ſeulement 8 toutes les fois qu'il manquera: la propoſition étant acceptée & ayant joué 45 coups, celui qui tenoit le cornet a gagné 100 ſ. à l'autre; on demande combien il a paſſé de coups & combien il a manqué?

Nommant x le nombre inconnu des coups qu'il a paſſé & y le nombre de ceux qu'il a manqué, puiſqu'ils ont joué 45 coups, ceux qu'il a paſſé joints à ceux qu'il a manqué font 45: on a la premiere équation $x + y = 45$.

La ſeconde équation eſt $12x = 8y + 100$, parceque le prix des coups qu'il a paſſé excede de 100 ſ. ceux qu'il a manqué, c'eſt pourquoi on ajoute 100 aux coups manqués pour entretenir l'égalité entre les coups paſſés & les coups manqués.

On changera la premiere équation $x + y = 45$, en celle-ci, $y = 45 - x$.

Dans la ſeconde équation $12x = 8y + 100$,

au lieu de $8y$, on mettra 8 fois ſa valeur, qui eſt $360 - 8x$, & cette équation de $12x = 8y + 100$ ſe changera en celle-ci, $12x = 360 - 8x + 100$, laquelle équation ſe réduira à celle de $20x = 460$. Diviſant chaque terme par 20, viendra $x = 23$, c'eſt-à-dire qu'il a paſſé 23 coups.

Dans l'équation $y = 45 - x$, au lieu de x on mettra ſa valeur 23, on aura $y = 45 - 23 = 22$: ce qui montre qu'il a manqué 22 coups.

Coups paſſés $x = 23$.

Coups manqués $y = 22$.

$x + y = 45$ | *Subſtitution* $y = 45 - x$

$12x = 8y + 100$

$12x = 360 - 8x + 100$

$20x = 460$

$x = 23$

$y = 45 - 23 = 22$

PROBLEME ONZIE'ME

Un homme par ſon teſtament laiſſe à l'aîné de ſes enfans 1000 liv. & la neuviéme partie de ce qui reſte; au ſecond il laiſſe 2000 liv. & la neuviéme partie de ce qui reſte; au troiſiéme 3000 liv. & la neuviéme partie de ce qui reſte; au quatriéme 4000 liv. & la neuviéme partie de ce qui reſte; ainſi de ſuite juſqu'au dernier qui a le reſte de ſes freres. Le partage étant executé ſelon la volonté du pere, les enfans ſe trouvent avoir également: on deman-

de combien cet homme avoit d'enfans, & quel étoit le bien qu'il leur a laissé?

Soient nommés les biens du pere y; 1000 l. $= a$ & $9 = b$. Puisque l'aîné des enfans prend 1000 liv. & la neuviéme partie de ce qui reste, sa part sera $\frac{ab+y-a}{b}$ qu'il faut retrancher du bien du pere; il restera $y - \frac{ab-y+a}{b} = \frac{by-ab-y+a}{b}$.

Le second des enfans sur ce reste prend $2a$; on retranchera $2a$ de $\frac{by-ab-y+a}{b}$, viendra $\frac{by-ab-y+a}{b} - 2a = \frac{by-3ab-y+a}{b}$, dont la neuviéme partie est $\frac{by-3ab-y+a}{bb}$. La part du second sera $\frac{2abb+by-3ab-y+a}{bb}$, puisque par l'hypothese la part des enfans est égale, on a l'équation $\frac{2abb+by-3ab-y+a}{bb} = \frac{by-ab-y+a}{b}$.

Ayant évanoui les Fractions, & la réduction de l'équation étant faite elle se trouvera changée en celle-ci, $y = abb - 2ab + a$; mettant au lieu des lettres $abb - 2ab + a$, leur valeur 81000 — 18000 + 1000, viendra $y = 64000$ l. qui est le bien du pere: & le problême est résolu.

L'aîné des enfans prenant 1000, il reste 63000, dont la neuviéme est 7000: par consequent la part de l'aîné est 8000, qui étant ôté du bien du pere 64000, il reste 56000 pour les autres enfans, desquels le second prend 2000, qui étant ôté de 56000, reste 54000 liv. dont la neuviéme est 6000 liv. qui joint au 2000 liv. qu'il a pris du capital 56000, font 8000. On continuera jusqu'au dernier, & on trouvera qu'il y a 8 enfans & qu'ils ont chacun 8000 l.

SCOLIE.

Les problêmes de cette sorte ont toujours pour somme totale un nombre quarre.

PROBLEME DOUZIE'ME.

Trouver deux nombres, dont les sommes fassent 150, & que le tiers du premier & le cinquiéme du second fassent $32\frac{1}{3}$.

Soit nommé le premier nombre x, & le second y; la premiere équation sera $x+y=150$, & la seconde $\frac{1}{3}x+\frac{1}{5}y=32\frac{1}{3}$. On évanouira les Fractions de la seconde équation en la multipliant par 15; elle se réduira à $5x+3y=485$. Ayant changé la premiere équation $x+y=150$, en celle-ci $x=150-y$, & posant dans la seconde équation délivrée de Fractions $5x+3y=485$ la valeur de x, on aura cette seconde équation $750-5y+3y=485$, laquelle se réduira à celle de $2y=265$ ou $y=132\frac{1}{2}$.

Si on écrit la valeur de y dans l'équation $x=150-y$, viendra $x=150-132\frac{1}{2}=17\frac{1}{2}$.

1 *nombre* $x=17\frac{1}{2}$

2 *nombre* $y=132\frac{1}{2}$

$x+y=150$

$\frac{1}{3}x+\frac{1}{5}y=32\frac{1}{3}$

$5x+3y=485$

$750-5y+3y=485$

485

$265=2y$

$132\frac{1}{2}=y$

substitution

$x=150-y$

$x=150-132\frac{1}{2}=17\frac{1}{2}$

PROBLEME TREIZIE'ME.

Trouver 3 nombres, que le premier avec la $\frac{1}{2}$ des deux autres faſſe 45, que le ſecond avec le quart des deux autres égale 60, & que le 3e avec le tiers des deux autres faſſent 54.

Le premier de ces nombres ſoit nommé x, le ſecond y & le troiſiéme z: puiſque le premier avec la moitié des deux autres égale 45, on aura la premiere équation $x + \frac{1}{2}y + \frac{1}{2}z = 45$.

Le ſecond avec le $\frac{1}{4}$ des deux autres égale 60. On aura cette ſeconde équation $y + \frac{1}{4}z + \frac{1}{4}x = 60$.

Le troiſiéme avec le $\frac{1}{3}$ des deux autres égale 54. On aura la troiſiéme équation $z + \frac{1}{3}x + \frac{1}{3}y = 54$.

On délivrera les trois équations de Fractions: elles ſeront changées en ces trois autres, ſçavoir la premiere $2x + y + z = 90$, la ſeconde $4y + z + x = 240$, & la troiſiéme $3z + x + y = 162$.

Transformez la premiere équation délivrée de Fractions $2x + y + z = 90$, en celle-ci, $z = 90 - 2x - y$. Ecrivez dans les deux autres équations au lieu de z, ſa valeur $90 - 2x - y$, elles ſe trouveront changées en ces deux autres $3y = 150 + x$ & $2y + 5x = 108$, leſquelles équations n'ont plus que deux inconnus.

Transformez l'équation $3y = 150 + x$, en celle-ci $x = 3y - 150$, & poſez cette valeur

de x dans l'autre équation $2y+5x=108$; viendra $2y+15y-750=108$, c'eſt-à-dire que $17y=858$. Diviſant 858 par le Coeficient 17, vient $y=50\frac{8}{17}$: ſi on met cette valeur de y dans l'équation $x=3y-150$, viendra $x=151\frac{7}{17}-150=1\frac{7}{17}$: paſſant dans l'équation $z=90-2x-y$, les valeurs de x & de y, viendra $z=90-2\frac{14}{17}-50\frac{8}{17}=36\frac{12}{17}$, & le problême eſt réſolu.

1 nombre $x=1\frac{7}{17}$
2 nombre $y=50\frac{8}{17}$
3 nombre $z=36\frac{12}{17}$

1. Equation ſubſtituée $z=90-2x-y$
2. $x=3y-150$

$x+\frac{1}{2}y+\frac{1}{2}z=45$
$y+\frac{1}{4}z+\frac{1}{4}x=60$
$z+\frac{1}{3}x+\frac{1}{3}y=54$

$2x+y+z=90$
$4y+z+x=240$
$3z+x+y=162$

$4y+90-2x-y+x=240$
$270-6x-3y+x+y=162$
$3y=150+x$
$108=5x+2y$
$108=15y-750+2y=17y=858y=50\frac{8}{17}$
$x=151\frac{7}{17}-150=1\frac{7}{17}$
$z=90-2\frac{14}{17}-50\frac{8}{17}=36\frac{12}{17}$

PROBLEME QUATORZIE'ME.

Il y a une armée compoſée de François, Allemans & Anglois ; les François ſont 58000 hommes, les Allemans ſont la $\frac{1}{5}$ partie des

François & Anglois, & les Anglois ſont la $\frac{1}{6}$ partie des François & Allemans : on demande le nombre des Allemans & des Anglois.

Suppoſez $58000 = a$, le nombre des Allemans y, le nombre des Anglois z.

Comme les Allemans ſont la $\frac{1}{5}$ partie des Anglois & des François, on aura la premiere équation $y = \frac{1}{5}a + \frac{1}{5}z$, ou bien $5y = a + z$. Et les Anglois étant $\frac{1}{6}$ partie des Allemans & François, on aura la ſeconde équation $z = \frac{1}{6}a + \frac{1}{6}y$, ou bien $6z = a + y$; ayant changé la premiere équation en celle-ci $z = 5y - a$, & ſubſtituant la valeur de z dans la ſeconde équation $6z = a + y$, on aura $30y - 6a = a + y$, ou bien $29y = 7a$ ou bien $y = \frac{7a}{29} = 14000$ qui eſt le nombre des Allemans, & écrivant cette valeur dans l'équation ſubſtituée $z = 5y - a$, viendra $z = \frac{35}{29}a - a = \frac{6}{29}a = 12000$, nombre des Anglois, & le problême eſt réſolu.

Nombre inconnu des Allemans $y = 14000$.

Nombre inconnu des Anglois $z = 12000$.

$y = \frac{1}{5}a + \frac{1}{5}z$
$z = \frac{1}{6}a + \frac{1}{6}y$

$5y = a + z$ | $z = 5y - a$
$6z = a + y$
$30y - 6a = a + y$
$29y = 7a$
$y = \frac{7}{29}a = 14000$
$z = \frac{35}{29}a - a = 12000$

PROBLEME QUINZIE'ME.

Jean dit à Jacques, dans 45 ans j'aurai 3 fois l'âge que tu as, & Jacques lui répond, j'ai le double de ton âge; on demande l'âge de chacun en particulier.

L'âge de Jean ſoit nommé x, & celui de Jacques y, la premiere équation eſt $x+45=3y$: puiſque l'âge de Jean ajouté à 45 ans égale trois fois l'âge de Jacques: & la ſeconde équation eſt $y=2x$, parceque l'âge de Jacques eſt double de l'âge de Jean.

Ecrivant dans la premiere équation $x+45=3y$, au lieu de $3y$ leur valeur qui eſt $6x$, viendra $x+45=6x$, ou bien $5x=45$ ou $x=9$ ans qui eſt l'âge de Jean, & l'âge de Jacques par conſequent 18 ans à cauſe que $y=2x$, & le problême eſt réſolu.

L'âge de Jean $x=9$.

L'âge de Jacques $y=18$.

$$\begin{array}{r} x+45=3y \\ y=2x \\ \hline x+45=6x \\ 45=5x \\ 9=x \\ 18=y \end{array}$$

PROBLEME SEIZIE'ME.

Treſſe dit que s'il vendoit ſon vin rouge 200 liv. la piece, & ſon vin blanc 350 liv. il auroit

de quoi acheter une maiſon qui eſt à vendre, & 15000 liv. de reſte : & ne vendant ſon vin rouge que 150 liv. piece, & ſon vin blanc 310 l. il aura ſeulement 2000 liv. de plus qu'il ne faut pour payer la maiſon. Mais s'il ne vent ſon vin rouge que 100 liv. & le blanc 200 liv. il s'en manquera 13000 liv. qu'il n'ait de quoi payer cette maiſon : on demande combien Treſſe a de pieces de vin rouge, combien il a de pieces de vin blanc, & quel eſt le prix de la maiſon.

Je nommerai la quantité des pieces de vin rouge x, celles de vin blanc y, & le prix de la maiſon z.

La premiere équation ſera $200x + 350y = z + 15000$, la ſeconde $150x + 310y = z + 2000$, & la troiſiéme $100x + 200y = z - 13000$.

Subſtituez la premiere équation $200x + 350y = z + 15000$, c'eſt-à-dire qu'il faut changer cette équation en celle-ci $z = 200x + 350y - 15000$. On paſſera cette valeur de z dans les deux autres équations afin de n'avoir plus que deux inconnus & deux équations, leſquelles ſe réduiront aux deux ſuivantes $5x + 4y = 1300$, & $2x + 3y = 560$: changez cette derniere équation $2x + 3y = 560$ en celle-ci $x = \frac{560-3y}{2}$, & ſubſtituez la valeur de x dans l'équation $5x + 4y = 1300$, viendra l'équation $\frac{2800-15y}{2} + 4y = 1300$, laquelle ſe réduit à celle de $2800 - 15y + 8y = 2600$ ou

$200 = 7y$. Diviſant chaque membre de l'équation par 7, vient $28\frac{4}{7} = y$: c'eſt-à-dire qu'il y a $28\frac{4}{7}$ pieces de vin blanc. Pour avoir le nombre des pieces du vin rouge, il faut écrire dans l'équation ſubſtituée $x = \frac{160-3y}{2}$, la valeur de y, viendra $x = \frac{160-85\frac{1}{7}}{2} = 237\frac{1}{7}$, nombre des pieces de vin rouge. Et pour avoir le prix de la maiſon, il faudra mettre dans la premiere équation $z = 100x + 350y - 15000$, les valeurs de x & de y, on trouvera $z = 42428\frac{4}{7}$ liv. pour le prix de la maiſon.

Vin rouge $x = 237\frac{1}{7}$
Vin blanc $y = 28\frac{4}{7}$
Prix de la Maiſon $z = 42428\frac{4}{7}$

PROBLEME DIX-SEPTIE'ME.

Connoiſſant que $u : x : y :: 10 : 14 : 19$ ſont en proportion geometrique, c'eſt-à-dire que $u : 10 :: x : 14 :: y : 19$, de plus la ſomme de leur quarré $uu + xx + yy = 10512$: trouver la valeur de ces trois grandeurs inconnues u, x, y.

Les grandeurs $u : x : y :: 10 : 14 : 19$ étant proportionnelles, il eſt évident que leurs quarrés $uu : xx : yy :: 100 : 196 : 361$ ſont auſſi proportionnels, mais les quarrés $uu + xx + yy = 10512$. Il ne s'agit pour la réſolution du problême que de partager la ſomme des quarrés 10512 proportionnellement aux 3 quarrés 100 : 196 : 361 : ce qui ſe fait comme aux compagnies, en ajoutant les trois quarrés enſemble: leur ſomme ſera le premier terme de l'a-

nalogie, le ſecond la ſomme des trois quarrés inconnus 10512, le troiſiéme 100 : le quatriéme terme proportionnel 1600 ſera la valeur du quarré uu, dont la racine quarrée $u = 40$. On fera deux ſemblables analogies pour avoir les valeurs de x & de y : viendra $xx = 3136$. La racine quarrée de chaque membre donne $x = 56$ & $yy = 5776$: la racine quarrée $y = 76$; on aura les trois valeurs cherchées qui ſont $u = 40$, $x = 56$, $y = 76$.

PROBLEME DIX-HUITIE'ME.

L'addition de deux nombres eſt 86, & le produit de l'un par l'autre eſt 553 : trouver chaque nombre.

Suppoſons $86 = 2a$, $553 = b$: ſoit la difference de ces deux nombres $= 2y$, le plus grand ſera $a + y$, & le plus petit $a - y$. Le produit de ces deux nombres eſt $aa - yy = b$, ou bien $yy = aa - b$, ou $y = \sqrt{aa - b}$.

Si on retranche 6 du quarré aa reſte 1296, dont la racine quarrée $36 = y$, c'eſt-à-dire que 36 eſt la moitié de la difference de ces deux nombres. Si on ajoute & ſi on ôte 36 de 43, viendra les deux nombres cherchés 79, & 7

PROBLEME DIX-NEUVIE'ME.

Trouver deux nombres qui ajoutés enſemble faſſent 32, & que la ſomme de leurs quarrés ſoit 712.

Je ſuppoſe $32 = 2a$ & $712 = b$, la difference de leurs quarrés ſoit nommée $2x$, le plus grand nombre ſera $a + x$ & le plus petit $a - x$. Le quarré de ces deux grandeurs ſera $aa + 2ax + xx$ & $aa - 2ax + xx$. L'addition de ces deux quarrés eſt $2aa + 2xx$; or cette ſomme $= b$. J'aurai par conſequent cette équation $2aa + 2xx = b$, en tranſpoſant $2xx = b - 2aa$ ou $xx = \frac{1}{2}b - aa$: au lieu de $\frac{1}{2}b - aa$ mettant leur valeur, viendra l'équation $xx = 356 - 256 = 100$. Tirant la racine quarrée de xx & de 100, viendra $x = 10$: par conſequent la moitié de la difference de ces deux nombres eſt 10, qui ajoutés à $a = 16$: vient 26, & qui ôtés de 16, il reſte 6: les deux nombres 26 & 6 ſont ceux que l'on cherchoit.

PROBLE'ME VINGTIE'ME.

Trouver deux nombres, dont la difference ſoit 20, & la ſomme de leurs quarrés 712.

L'addition de ces deux nombres inconnus ſoit appellée $2x$, & leur difference $2a = 20$, & la ſomme de leurs quarrés $712 = b$. Le plus petit de ces deux nombres ſera $x - a$, & le plus grand $x + a$, leurs quarrés $xx - 2ax + aa$ & $xx + 2ax + aa$ étant ajoutés enſemble, viendra $2aa + 2xx = b$, & par tranſpoſition & diviſion l'équation ſera $xx = \frac{1}{2}b - aa$, au lieu de $\frac{1}{2}b - aa$. Si on met leurs valeurs, viendra $xx = 356 - 100 = 256$. La racine quarrée de chaque membre donne $x = 16$ pour moitié

moitié des deux nombres inconnus & le reſte, &c.

PROBLEME VINGT-UNIE'ME.

L'addition de deux nombres eſt 32 & la difference de leurs quarrés eſt 640 : on demande quels ſont ces deux nombres.

Suppoſons $32 = 2a$ & $640 = b$: ſoit nommée $2y$ la difference des nombres cherchés, le plus grand ſera $a+y$, le moindre $a-y$, & leurs quarrés $aa+2ay+yy$ & $aa-2ay+yy$: donc leur difference eſt $4ay$. Mais comme b eſt auſſi la difference de ces quarrés, on aura l'équation $4ay = b$ ou $y = \frac{b}{4a}$. Si au lieu de $\frac{b}{4a}$ on met leur valeur, on aura l'équation $y = \frac{640}{64} = 10$, moitié de la difference des deux nombres cherchés & le reſte, &c.

PROBLEME VINGT-DEUXIE'ME.

Trouver deux nombres qui ajoutés enſemble faſſent 42, & que leurs cubes ſoient 24696.

Suppoſons $42 = 2a$, $24696 = b$, la difference des deux nombres $2y$: le plus grand ſera $a+y$, & le plus petit $a-y$: leurs cubes $a^3+3aay+3ayy+y^3$, & $a^3-3aay+3ayy-y^3$ étant ajoutés enſemble produiſent $2a^3+6ayy$. Mais nous avons nommé la ſomme des cubes b : on aura l'égalité $2a^3+6ayy = b$ par tranſpoſition $6ayy = b-2a^3$ ou $yy = \frac{b-2a^3}{6a}$. Mettant au lieu de $\frac{b-2a^3}{6a}$ leur valeur, viendra $yy = \frac{24696-18522}{126} = \frac{6174}{126} = 49$, ou

$y = \sqrt{49}$ ou $y = 7$: ajoutant la moitié de la difference trouvée 7, à 21, viendra 28 pour le plus grand nombre cherché, & ôtant la moitié de la difference 7 de 21, reſte 14 pour le plus petit nombre, & le problême eſt réſolu.

PROBLEME VINGT-TROIZIE'ME.

Trouver trois nombres, dont le premier étant multiplié par le ſecond égale 4 fois le troiſiéme : que le ſecond multiplié par le dernier égale 9 fois le premier, & que le dernier multiplié par le premier égale 25 fois le ſecond.

Le premier ſoit nommé x, le ſecond y, & le troiſiéme z, la premiere équation ſera $xy = 4z$, la ſeconde $yz = 9x$, & la troiſiéme $xz = 25y$. Diſpoſez les deux premieres équations, en ſorte que z ſoit le premier membre : elles ſeront changées en celle-ci, $z = \frac{xy}{4}$ & $z = \frac{9x}{y}$: on aura l'égalité $\frac{xy}{4} = \frac{9x}{y}$; ayant évanoui les Fractions, viendra $xyy = 36x$: retranchant x de part & d'autre, viendra $yy = 36$: tirant la racine quarrée de chaque terme, viendra l'équation $y = 6$, changeant la derniere équation $xy = 25y$ en celle-ci, $z = \frac{25y}{x}$, & formant l'égalité avec la valeur de z de la premiere équation & cette derniere, on aura $\frac{25y}{x} = \frac{xy}{4}$: évanouiſſant les Fractions, viendra $100y = xxy$; retranchant y de part & d'autre, viendra $100 = xx$, la racine quarrée donne $10 = x$. Pour avoir la valeur de 2, on prendra une équation où z ſoit le premier membre.

Si on prend la premiere $z = \frac{xy}{4}$, & que l'on mette dans le ſecond membre au lieu de xy leur valeur 60, on aura $z = \frac{60}{4} = 15$, & le problême eſt réſolu.

SCOLIE.

Si on n'avoit pas ſuppoſé des nombres quarrés ou des nombres plans ſemblables, pour multiple du ſecond terme, la réſolution auroit été irrationelle.

PROBLEME VINGT-QUATRIE'ME

Trouver un nombre, dont les parties aliquotes égalent préciſément le nombre qui les a produites; lequel s'appelle en ce cas *Nombre parfait.*

Suppoſons que $2y$ ſoit le nombre cherché; ſes parties aliquotes $3 + y$ égalent ces nombres: on aura par conſequent l'équation $3 + y = 2y$ ou $y = 3$: en ce cas $2y = 6$. 6 eſt le nombre cherché.

Pour avoir un nombre parfait plus grand que 6, on peut ſuppoſer $4y$ pour le nombre cherché, dont les parties aliquotes ſont $7 + 3y = 4y$ & $7 = y$: donc $4y = 28$, 28 eſt le ſecond nombre parfait.

Si on ſuppoſe que $16y$ eſt le nombre cherché, $31 + 15y$ ſeront les parties aliquotes de $16y$: on aura l'équation $31 + 15y = 16y$, ou $31 = y$ & $16y = 496$, nombre parfait.

Si on ſuppoſe $64y$ pour le nombre cherché,

on aura l'équation $127 + 63y = 64y$, ou $172 = y$. Multipliant 172 par le nombre ſuppoſé 64, viendra pour quatriéme nombre parfait 8128.

Pour avoir un cinquiéme nombre parfait, on ſuppoſera $256y$, & l'équation ſera $511 + 255y = 256y$ ou $511 = y$. Multipliant 511 par 256, leur produit 130816 ſera un nombre parfait, &c.

Ce problême & le ſuivant ſont tirés de l'Algebre de Monſieur Ozanant.

PROBLEME VINGT-CINQUIE'ME.

Trouver deux nombres tels que les parties aliquotes du premier égalent le ſecond, & que les parties aliquotes du ſecond égalent le premier, leſquels nombres ſont appellés *nombres amiables.*

Soit nommé le premier nombre $4u$ & le ſecond $4xy$, puiſque les parties aliquotes du premier égalent le ſecond on aura la premiere équation $7 + 3u = 4xy$, & les parties aliquotes du ſecond égalent le premier, on aura la ſeconde équation $7 + 7x + 7y + 3xy = 4u$. Tranſpoſant la premiere équation, on aura $u = \frac{4xy-7}{3}$: paſſant cette valeur dans la ſeconde, viendra $7 + 7x + 7y + 3xy = \frac{16xy-28}{3}$, laquelle équation ſe changera en celle-ci, $x = \frac{3y+7}{y-3}$ ou $x = 3 + \frac{16}{y-3}$: on voit qu'à cauſe du Dénominateur $y - 3$ il faut que y excede 3 ; mais parceque ces trois grandeurs u, x, y,

doivent être des nombres premiers quoiqu'indeterminés ; ſi on ſuppoſe $y = 5$, on aura $x = 11$ & $u = 71$, les deux nombres cherchés ſeront par conſequent 284 & 220.

DES PROBLEMES INDETERMINES.

ON appelle *Problème indeterminé* ceux qui peuvent avoir pluſieurs réſolutions qui ſatisfont également l'hypoteſe comme ceux qui ſuivent, ainſi que les deux precedens ; quoiqu'au dernier nous n'ayons donné qu'une ſeule ſolution, il peut en avoir autant que l'on voudra.

PROBLEME VINGT-SIXIE'ME.

Trente perſonnes ont payé 50 ſols à un Batelier pour les mener du Pont de la Tournelle à la Rapée. Il y avoit hommes, femmes, enfans : les hommes payoient 3 ſ. les femmes 2 ſ. & les enfans 4 den. On demande combien il y avoit d'hommes, de femmes, & d'enfans.

Soit nommé le nombre des hommes x, le nombre des femmes y, & le nombre des enfans z. Il eſt certain que le nombre des hommes joint aux femmes & aux enfans égale 30 : on aura la premiere équation $x + y + z = 30$.

Les hommes payoient 3 ſ. les femmes 2 ſ. &

les enfans 4 den. le nombre des hommes multiplié par 3 ſ. le nombre des femmes multiplié par 2 ſ. & le nombre des enfans multiplié par $\frac{1}{3}$ ſ. font 50 ſ. on aura par conſequent la ſeconde équation $3x + 2y + \frac{1}{3}z = 50$ ſols.

Evanouiſſant les Fractions de cette ſeconde équation $3x + 2y + \frac{1}{3}z = 50$ ſ. viendra $9x + 6y + z = 150$ ſ. ôtant la premiere équation $x + y + z = 30$ de cette ſeconde délivrée de Fractions, il reſtera $8x + 5y = 120$. Diviſant 120 par le premier terme 8, obſervant que ce qui reſtra de cette diviſion puiſſe ſe diviſer par 5 ſans reſte, ſecond terme de l'équation; diviſant 120 par 8 & mettant au Quotient 10 il reſte 40, leſquels étant diviſés par 5 donnent 8 au Quotient: on aura deux nombres au Quotient 10 & 8, c'eſt-à-dire 10 hommes & 8 femmes qui font 18. Pour aller juſqu'à 30 il s'en manque 12, qui eſt le nombre des enfans: 10 hommes, 8 femmes, & 12 enfans ſatisfont à l'hypoteſe.

Si on avoit mis 5 pour le nombre des hommes, il ſeroit reſté 80, leſquels étant diviſés par 5, coeficient du ſecond terme de l'équation, il ſeroit venu 16 au Quotient pour le nombre des femmes; par conſequent 9 enfans: 5 hommes, 6 femmes, & 9 enfans ſatisfont encore à la queſtion.

PROBLEME VINGT-SEPTIE'ME.

Cent perſonnes ont dépenſé 100 ſ. il y avoit

hommes, femmes, & enfans : les hommes payoient 3 ſ. les femmes 1 ſ. & chaque enfant 6 den. ſçavoir combien il y avoit d'hommes, de femmes & d'enfans.

La premiere équation eſt $x + y + z = 100$ perſonnes: la ſeconde $3x + y + \frac{1}{2}z = 100$ ſols.

Les Fractions de la ſeconde équation $3x + y + \frac{1}{2}z = 100$ étant évanouies, viendra $6x + 2y + z = 200$. La premiere équation $x + y + z = 100$ étant retranchée de $6x + 2y + z = 200$, il reſte $5x + y = 100$.

Si on diviſe 100 par le coeficient 5 du premier terme de l'équation, & que l'on ſuppoſe 1 au Quotient, il reſtera 95 pour le nombre des femmes, parceque le ſecond terme y n'a point d'abſolu que l'unité, & par conſequent 4 pour le nombre des enfans.

Si on ſuppoſe 2 pour les hommes, viendra 90 pour les femmes, & 8 pour les enfans : mettant 3 pour les hommes, viendra 85 pour les femmes & 12 pour les enfans, ainſi de ſuite, augmentant toujours d'un homme, diminuant de 5 femmes, & augmentant de 4 enfans, on trouvera que ce problême peut recevoir 19 réſolutions differentes en entier, ainſi qu'on les a marquées ci-deſſus.

Hommes	Femmes	Enfans	Hommes	Femmes	Enfans
1	95	4	11	45	44
2	90	8	12	40	48
3	85	12	13	35	52
4	80	16	14	30	56
5	75	20	15	25	60
6	70	24	16	20	64
7	65	28	17	15	68
8	60	32	18	10	72
9	55	36	19	5	76
10	50	40			

PROBLEME VINGT-HUITIE'ME.

Quarante perſonnes ont dépenſé dans un voyage 120 piſtoles. Il y avoit hommes, femmes, enfans & domeſtiques: chaque homme a dépenſé 5 piſtoles, chaque femme 3 piſtoles, chaque enfant 2 piſtoles, & chaque domeſtique une piſtole: on demande combien il y avoit d'hommes, de femmes, d'enfans, & de domeſtiques.

Soient nommés les hommes r, les femmes f, les enfans t, les domeſtiques u: la premiere équation ſera $r+f+t+u=40$ perſonnes, & la ſeconde $5r+3f+2t+u=120$ piſtoles: ayant retranché la premiere équation $r+f+t+u=40$ de la ſeconde $5r+3f+2t+u=120$, il reſtera $4r+2f+t=80$. Diviſez 80 par l'abſolu du premier terme 4, & qu'il reſte un nombre qui doit être diviſé par le Coefficient du ſecond terme 2, il doit encore reſter

un nombre de cette ſeconde diviſion pour l'abſolu du troiſiéme terme.

Diviſant 80 par l'abſolu 4 du premier terme, & ſuppoſant 10 aux Quotient, leſquels étant multipliés par le Diviſeur 4 vient 40 qui étant ôtés de 80, il reſte 40. Prenant de ces 40 reſtans, par exemple 24, leſquels étant diviſés par l'abſolu 2 du ſecond terme, il vient 12 au Quotient. Or n'ayant pris que 24 des 40 reſtans, il en reſte 16 pour l'abſolu du troiſiéme terme, & comme cet abſolu eſt l'unité, il vient par conſequent 16 pour le nombre des enfans exprimés par le troiſiéme terme. Ajoutez enſemble ces trois Quotiens 10, 12, 16, viendra 38, leſquels étant ôtés de 40, il s'en manque 2 qui eſt le nombre des domeſtiques, & le problême eſt réſolu, c'eſt-à-dire qu'il y avoit 10 hommes, 12 femmes, 16 enfans & 2 domeſtiques.

On peut ſuppoſer d'autres nombres au Quotient que ceux que nous avons pris, leſquels ſatisferont également à l'hypoteſe.

DES ALIAGES.

PROBLEME VINGT-NEUVIE'ME.

ON propoſe de faire 100 pintes de vin qui reviennent à 14 ſols la pinte, n'en ayant pour cet effet qu'au prix ſuivant, ſçavoir à 4 ſ. à 8 ſ. à 12 ſ. à 16 ſ. & à 18 ſ. on n'en voudroit

mettre que 6 pintes de celui à 4 ſ. & 15 pintes de celui à 8 ſols. On demande combien il en faut mettre des autres prix, afin que l'on ait 100 pintes qui reviennent à 14 ſols.

Nommant le vin à 4 ſ. r, celui à 8 ſ. f, celui de 12 ſ. t, celui de 16 ſ x & celui de 18 ſ. y; multipliant les differens prix par les lettres qui leur conviennent, on aura le premier membre de l'équation $4r+8f+12t+16x+18y$. Or tous les differens prix doivent en compoſer un qui revienne à 14 ſ. on multipliera les mêmes lettres qui occupent le premier membre par 14: on aura le ſecond membre $14r+14f+14t+14x+14y$, auſquels il y aura toujours autant de termes qu'au premier membre; cette équation ſera $4r+8f+12t+16x+18y=14r+14f+14t+14x+14y$. On chaſſera les homogenes de cette équation, après quoi on diviſera tous les termes de cette équation par 2, elle ſera réduite à celle-ci $x+2y=5r+3f+t$. On negligera un des termes de cette équation qui n'aura aucun coeficient que l'unité, afin que la quantité deſirée ſoit exacte.

Soit negligé x du premier membre, & l'équation changée en celle-ci, $5r+3f+t-2y$, laquelle ſervira de premier terme, & pour le ſecond 100, qui eſt le nombre de pintes que l'on veut faire, auſquels on ajoutera les mêmes lettres qu'au premier terme precedé du ſigne negatif, & cette derniere équation ſera

$5r + 3f + t - 2y = 100 - r - f - t - y$.
Ayant chaſſé les homogenes, l'équation ſe réduira en celle-ci, $6r + 4f + 2t = 100 + y$.

On a ſuppoſé par l'hypoteſe ne vouloir mettre que 6 pintes de celui à 4 ſ. & que 4 appartient à r: on multipliera 6 par $6r$, viendra 36 que l'on écrira deſſous $6r$. On a ſuppoſé de même n'en vouloir mettre que 15 de celui à 8 ſ. on multipliera 15 par 4 ſ. ſecond terme de l'équation, viendra 60 que l'on écrira deſſous 4 ſ. on obſervera que ce que l'on ſuppoſera pour t ou celui à 12 ſ. étant multiplié par 2, & le produit étant ajouté à 36 & à 60 leur ſomme excede 100, lequel excedant ſera pour la valeur de y placé au ſecond terme. Suppoſons que l'on mette 12 pintes de celui à 12 ſ multipliant 12 par $2t$, viendra 24, leſquels étant ajoutés à 36 & à 60, donnent 120 qui excede 100 de 20: ce nombre 20 ſera la valeur de y, c'eſt-à-dire qu'il en faut mettre 20 pintes de celui à 18 ſ. (Si y avoit eu un coeficient autre que l'unité, il auroit fallu diviſer 20 par cet abſolu, & le Quotient auroit donné le nombre des pintes que l'on devroit mettre de celui à y). Enſuite on additionnera toutes ces pintes, & leur ſomme 53 étant ôtée de 100, reſte 47 pour le nombre des pintes qn'il faut mettre de celui à 16 ſ. qui eſt la valeur de x negligée.

Si on avoit ſuppoſé n'en vouloir mettre que 4 pintes de celui à 4 ſ. & 8 pintes de celui

à 8 ſ. on auroit de même multiplié 4 ſ par 8 : il ſeroit venu 32. leſquels ajoutés à 24 font 56. Il faut que ce que l'on mettra de celui à 12 ſ. étant multiplié par 12 & leur produit étant ajouté à 56, leur ſomme excede 100. Soit ſuppoſé 28 de celui à 12 ſ. 28 étant multiplié par 2 donne 56, leſquels étant ajoutés à 56, leur ſomme 112 excede 100 de 12, ce nombre 12 eſt le nombre des pintes qu'il faut mettre de celui que l'on a nommé *y* ou celui à 16 ſ. Ces 12 pintes ajoutées à 8, à 4, & à 28, donnent 52; par conſequent il en faut mettre 48 pintes de celui à 16 ſ. qui eſt la valeur de *x* negligée.

On peut ſuppoſer telle quantité de pintes qu'on voudra pour ceux à 4 ſ. à 8 ſ. & à 12 *ſols*, pourvûque ces pintes ſoient multipliées par les abſolus des premiers termes de la derniere équation, & que leur produit excede d'une quantité qui convienne à la valeur de *x* & de *y*.

PROBLEME TRENTIE'ME.

Un Orfevre a de l'argent à 69 liv. le marc, à 65 liv. à 59 liv. & à 52 liv. il voudroit fabriquer 80 marcs de vaiſelle avec ces differens prix, leſquels lui reviennent à 60 liv. le marc, & il n'en voudroit mettre que 8 marcs de celui à 69 liv. & 7 marcs de celui à 65 liv. on demande combien il en doit mettre de celui à 52 liv. & de celui à 59 livres.

Nommant celui à 69 liv. *u*, celui à 65 liv. *x*, celui à 59 liv. *y*, & celui à 52 liv. *z*, ſuivant l'ex-

plication du problême precedent on aura la premiere équation $69u + 65x + 59y + 52z = 60u + 60x + 60y + 60z$: ayant chaſſé les homogenes de cette équation, elle ſe réduit à $9u + x = y + 8z$, en negligeant y & paſſant $8z$ du ſecond membre dans le premier, viendra $9u + 5x - 8z$, leſquels égalent 80 marcs $- u - x - z$, l'équation ſera $9u + 5x - 8z = 80 - u - x - z$; ayant chaſſé les homogenes, l'équation ſera changée en celle-ci, $10u + 6x = 80 + 7z$, comme on ne veut mettre que 8 marcs de celui à 69 liv. & 7 mars de celui à 65 liv. on multipliera $10u$ par 8 & $6x$ par 7 : leur produit excede 80 marcs de 42, viendra par conſequent 42 pour $7z$, diviſant 42 par 7, viendra 6 au Quotient, c'eſt-à-dire qu'il faut mêler 6 marcs de celui à 52 liv.

Les marcs 7, 8, & 6 étant ajoutés enſemble font 21, leſquels étant retranchés de 80, il reſtera 59 pour le nombre des marcs qu'il faut mettre de celui que nous avons nommé y, lettre negligée dans la derniere équation.

Problème trente-uniéme où il eſt propoſé de découvrir la mauvaiſe foi d'un Orfevre, auquel on auroit fait faire une couronne d'or, dans laquelle il auroit mêlé de l'argent avec l'or.

Soit
- $p =$ *Volume de la couronne & de l'eau qu'elle fait ſortir.*
- $p + c =$ *Volume du lingot d'argent du même poids que la couronne, & volume de l'eau qu'elle fait ſortir.*
- $p + d =$ *Volume d'un lingot d'or de même poids que la couronne, & volume de l'eau qu'elle fait ſortir.*

Il s'agit de prendre une partie de $p + c$ & une autre de $p - d$, telles que jointes enſemble elles faſſent le volume p, par conſequent que le défaut que donnera la partie de $p - d$ ſoit égal à l'excès qui viendra de celle de $p + c$, afin qu'ils ſe détruiſent l'un l'autre.

Il eſt évident que multipliant $p + c$ par le défaut d & $p - d$ par l'excès c, l'excès ſera détruit par le défaut dans la ſomme des produits: car on aura d'une part $pd + cd$. & de l'autre $pc - cd$: or $cd - cd$ ſe détruiſant, il ne reſte pour la ſomme des produits que $pd + pc$; & ſi on diviſe cette ſomme par $c + d$, qui eſt celle de l'excès & du défaut, on aura la Fraction $\frac{pd+pc}{c+d} = p$, d'où il ſuit qu'il faut prendre de l'ar-

gent $p+c$ une partie $=\frac{c}{c+d}$; & de l'or $p-d$ une partie $=\frac{c}{c+d}$: ce qu'il falloit démontrer.

FORMULES

POUR LE CALCUL DES INTERESTS.

PROBLEME TRENTE-DEUXIE'ME.

UNe ſomme produit des intereſts, & des intereſts d'intereſts, trouver le produit de ces intereſts, & intereſts d'intereſts après tel nombre d'années qu'on voudra.

Soit a la ſomme, & ſoit $\frac{1}{d}$ le denier auquel l'intereſt eſt reglé. La premiere année donnera $\frac{a}{d}$, la ſeconde $\frac{a}{d}+\frac{a}{dd}$, la troiſiéme $\frac{a}{d}+\frac{2a}{dd}+\frac{a}{d^3}$, la quatriéme $\frac{a}{d}+\frac{3a}{dd}+\frac{3a}{d^3}+\frac{a}{d^4}$, &c. Ajoutant enſemble tous ces produits annuels, le produit total des 4 années ſera $\frac{4a}{d}+\frac{6a}{d^2}+\frac{4a}{d^3}+\frac{a}{d^4}$. De la maniere que ces produits ſe forment, il eſt aiſé de remarquer que les coeficiens des termes du produit total, comme ſont ici 4, 6, 4 & 1, ſeront toujours préciſément les mêmes, qui dans le triangle arithmetique de M. Paſcal compoſent le rang perpendiculaire : donc l'expoſant eſt le nombre des années plus un, à commencer les nombres de ce rang par le ſecond de haut en bas qui eſt un des nombres naturels : ſi l'on commence par le premier, qui dans tous les rangs perpendiculaires eſt l'unité, & qu'on ajoute au terme du

precedent produit, le terme 1 a fait du coeficient 1 & de la ſomme a, on aura 1 $a + \frac{4a}{d} + \frac{6a}{d2} + \frac{4a}{d3} + \frac{1a}{d4}$, &c: donc les coeficiens ſont tous les nombres du rang perpendiculaire, qui a pour expoſant le nombre des années plus un.

Soit donc le nombre des années n, le produit total des intereſts d'intereſts de a ſera $\frac{a}{d} + \frac{a}{dd} + \frac{a}{d3} + \frac{a}{d4} + \frac{a}{dn}$; en donnant aux numerateurs de ces termes, pour coeficiens, les nombres du rang perpendiculaire $n+1$, & en commençant par celui de ces nombres, qui eſt dans la bande horiſontale des nombres naturels, ce qu'il falloit trouver.

Application de la Formule precedente.

On demande l'intereſt & les intereſts d'intereſts de 10000 livres au denier 20 pendant trois années.

Soit $10000 = a$, $d = 20$, & x la ſomme cherchée. La formule $\frac{3a}{d} + \frac{3a}{dd} + \frac{a}{d3}$ exprime l'intereſt & les intereſts d'intereſts pendant l'eſpace de trois années. Comme nous avons appellé x cette ſomme inconnue d'intereſts & intereſts d'intereſts, nous aurons l'équation $\frac{3a}{d} + \frac{3a}{dd} + \frac{a}{d3} = x$. Ayant évanoui les Fractions de cette équation, elle ſera changée en celle-ci, $3add + 3ad + a = d3$. Mettant dans cette équation au lieu de a & de d leur valeur, viendra $12000000 + 600000 + 10000 = 8000x$ ou $12610000 = 8000x$: retranbhant trois zero de part & d'autre, viendra

12610

$12610 = 8x$. Diviſant chaque membre de l'équation par 8, viendra $1576\frac{1}{4} = x$; c'eſt-à-dire que les intereſts & intereſts d'intereſts de 10000 liv. pendant 3 années au denier 20, produiſent 1576 liv. 5 ſols.

Autre application.

On demande quelle eſt la ſomme qui a produit en 3 ans au denier 20, $1576\frac{1}{4}$ liv. pour les intereſts & intereſts d'intereſts.

Nommant y ce capital inconnu, & l'intereſt & intereſt d'intereſts $1576\frac{1}{4}$ liv. b, & le denier 20 auquel le capital eſt conſtitué ſoit nommé d, on aura l'équation $\frac{3y}{d} + \frac{3y}{dd} + \frac{y}{d^3} = b$; ayant évanoui les Fractions de cette équation, viendra $3ddy + 3dy + y = bd^3$; ſubſtituant les valeurs de b & d dans cette équation, viendra $1200y + 60y + y = 12610000$ ou $1261y = 12610000$: diviſant chaque membre par 1261, viendra $y = 10000$ liv. ce qu'il falloit trouver.

DES COMBINAISONS.

ON appelle *Combinaiſons* toutes les diſpoſitions que peuvent recevoir de certaines grandeurs que l'on compare enſemble, en les prenant une à une, deux à deux, trois à trois, &c.

PROBLEME.

On demande en combien de façons differentes, les lettres qui composent le mot Gradot, *peuvent être changées.*

La premiere lettre *g* du mot *Gradot* ne peut avoir aucun changement quand elle eſt ſeule; mais ſi cette lettre eſt comparée avec la ſuivante *r*, elle peut recevoir deux changemens qui ſont *g r* & *r g*.

Si on compare la troiſiéme lettre *a* avec les deux autres *g r* & *r g*, cette troiſiéme lettre *r* peut être poſée en trois endroits differens, ou au commencement de *g r*, ou au milieu, ou à la fin: leſquels changemens ſont *a g r*, *g a r*, *g r a*: cette même lettre *a* peut être poſée en 3 endroits differens de *r g*, qui ſont *a r g*, *r a g*, *r g a*: d'où il ſuit que trois lettres differentes peuvent être diſpoſées en ſix manieres differentes.

Si on combine la quatriéme lettre *d* avec les 3 precedentes *g r a*, on trouvera que cette quatriéme lettre *d* peut être placée en quatre endroits differens de chaque terme des 6 combinaiſons qui ont été faites des trois premieres lettres du mot propoſé, c'eſt-à-dire que *d* peut être poſé en 4 places du premier terme *a g r*, qui ſont *d a g r*, *a d g r*, *a g d r*, *a g r d*: faiſant de même des cinq autres termes *g a r*, *g r a*, *a r g*, *r a g*, *r g a*, il ſe trouve en tout quatre fois

ſix places, ou 24 differentes poſitions que peuvent recevoir les quatre premieres lettres du mot *Gradot*.

Comparant la cinquiéme lettre *o* avec les 4 precedentes *g r a d*, ou avec les 24 termes déja combinés, on trouvera que cette cinquiéme lettre *o* ſe diſpoſera en cinq places differentes pour chaque terme qui font 120 diſpoſitions differentes pour les cinq premieres lettres du mot propoſé.

Si on combine la ſixiéme lettre *t*, on la placera en 6 endrois differens de chaque terme qui font 120 fois 6 ou 720 diſpoſitions differentes: ce qui marque tous les changemens poſſibles que peuvent recevoir les lettres qui compoſent le mot *Gradot*.

D'où s'enſuit cette Table, dont la premiere colonne commence par l'unité, laquelle eſt en continuelle progreſſion arithmetique, & dont la difference de chaque terme eſt 1.

La ſeconde colonne & la multiplication de chaque terme de la progreſſion arithmetique par le nombre des mutations du terme precedent, lequel produit exprime tous les changemens poſſibles que peut recevoir le nombre des unités du terme multiplié de la progreſſion arithmetique. Par exemple, multipliez 5, nombre de la progreſſion arithmetique, par 24, nombre de toutes les combinaiſons poſſibles que 4 choſes differentes peuvent recevoir, leur ſomme 120 s'écrira à côté de ce terme 5, &